



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

LETECKÝ ÚSTAV

INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

**AERODYNAMICKÁ ANALÝZA PODDAJNÉHO KŘÍDLA
KLUZÁKU**

AERODYNAMIC ANALYSIS OF THE GLIDER FLEXIBLE WING

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Marek Jurina

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jan Navrátil, Ph.D.

BRNO 2018

Zadání diplomové práce

Ústav: Letecký ústav
Student: **Bc. Marek Jurina**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Stavba letadel
Vedoucí práce: **Ing. Jan Navrátil, Ph.D.**
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Aerodynamická analýza poddajného křídla kluzáku

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Křídla moderních kluzáků využívajících kompozitní materiály se vyznačují značnou deformací vlivem aerodynamického zatížení. Deformace může vést v porovnání s velmi tuhým křídlem k významné změně aerodynamických vlastností a rozdělení zatížení. Je tedy přínosné tento vliv zahrnout do návrhu křídla letounu již v rané fázi vývoje. Náplní práce je provedení studie vlivu tuhosti konstrukce křídla kluzáku na jeho aerodynamické vlastnosti. K tomuto účelu má být využit provázaný CFD/MKP řešič, jež je součástí balíku výpočetních nástrojů Ansys.

Cíle diplomové práce:

Určení významných režimů letu. Provedení provázané CFD/MKP analýzy ve vybraných režimech a posouzení vlivu poddajnosti křídla na rozdělení zatížení křídla, násobek zatížení a zatížení konstrukce křídla. Součástí práce má být také ověření CFD/MKP řešení analytickým přístupem.

Seznam doporučené literatury:

BALLMANN, J.: Flow modulation and fluid-structure interaction at airplane wings, Berlin, Springer, 2003.

MORAND, H. J.-P., OHAYON, R.: Fluid structure interaction: applied numerical methods, Chichester, Paris, John Wiley, 1995.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jaroslav Juračka, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Tato práce se zabývá určením vlivu poddajnosti křídla kluzáku na změnu rozložení zatížení. Pro určení vlivu poddajnosti byla provedena FSI analýza využívající modální superpozici. Analýza byla ověřena analytickým výpočtem. Byly určeny rozdíly v rozložení zatížení mezi tuhým a poddajným křídlem pro vybrané letové režimy. Byl zjištěn 3,9% nárůst ohybového momentu v některých částech křídla. Práce prokazuje důležitost započítání vlivu deformace křídla při návrhu kluzáku.

Summary

This thesis deals with determination of effect of wing flexibility on load distribution. FSI analysis using modal superposition was used for determination of effect of wing flexibility. Analysis was verified by analytic calculation. Differences of load distribution, between rigid and flexible wing, was determined for the selected flight regimes. Change of the bending moment was up to 3,9 %. Thesis shows importance of including effect of wing flexibility for sailplane design.

Klíčová slova

FSI analýza, modální superpozice, RBF, poddajné křídlo, aerodynamická analýza, modální analýza

Keywords

FSI analysis, modal superposition, RBF, flexible wing, aerodynamic analysis, modal analysis

JURINA, M. *Aerodynamická analýza poddajného křídla kluzáku*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 67 s. Vedoucí Ing. Jan Navrátil. Ph.D.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval pod vedením vedoucího práce samostatně na základě uvedené odborné literatury a zdrojů uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

Bc. Marek Jurina

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu práce Ing. Janu Navrátilovi Ph.D. za cenné rady a trpělivost při vedení mé diplomové práce. Také bych rád poděkoval Prof. Dr. Marcu Biancolinimu za poskytnutí programu RBF Morph. Dále bych chtěl poděkovat své rodině a přátelům za pomoc a podporu při studiu.

Bc. Marek Jurina

Obsah

	Strana
1 Úvod	13
2 Aeroelasticita	14
2.1 Statická aeroelasticita	14
2.2 Dynamická aeroelasticita	15
2.3 Změna rozložení aerodynamického zatížení	15
2.4 Aeroelasticity tailoring	16
3 Popis analyzovaného křídla	18
4 Metody řešení FSI	20
4.1 RBF Morph	20
5 Deformace sítě pomocí RBF	22
6 Modální analýza	24
6.1 Modální superpozice	25
7 Řešení modální analýzy	26
7.1 Náhradní nosníkový model	26
7.2 MKP řešení vlastních frekvencí	29
8 Letová obálka	31
8.1 Výběr významných režimů	32
9 Aerodynamická analýza tuhé křídla	34
9.1 Výpočetní CFD síť	34
9.2 Nastavení CFD analýzy	35
9.3 Výsledky řešení tuhé křídla	36
10 Řešení FSI analýzy	37
10.1 Deformace sítě	37
10.2 Vliv setrvačných sil	38
10.3 Nastavení FSI analýzy	41
10.4 Výsledky řešení FSI analýzy	41
11 Výpočet zatížení křídla	47
11.1 Zatížení křídla od aerodynamických sil	47
11.2 Zatížení křídla od setrvačných sil	49
12 Srovnání výsledků analýzy tuhé a poddajného křídla	51
12.1 Zatížení křídla v režimu A	51
12.2 Zatížení křídla v režimu D	53
12.3 Zatížení křídla v režimu D0	54
12.4 Zhodnocení vlivu poddajnosti křídla	56

13 Kontrola FSI analýzy analytickým způsobem	57
13.1 Analytické řešení průhybu	57
13.2 Analytické řešení krutové deformace	59
14 Závěr	61
Seznam použitých zdrojů	62
Seznam použitých zkratk a symbolů	64
Seznam obrázků	66
Seznam tabulek	67

1 Úvod

Práce se zabývá problematikou vlivu deformace křídla kluzáku na změnu rozložení zatížení křídla. Moderní kluzáky jsou charakteristické velkou deformací křídla za letu. Ta může způsobit přerozdělení aerodynamického zatížení křídla kluzáku. Cílem práce je s využitím provázané CFD/MKP analýzy určit tento vliv.

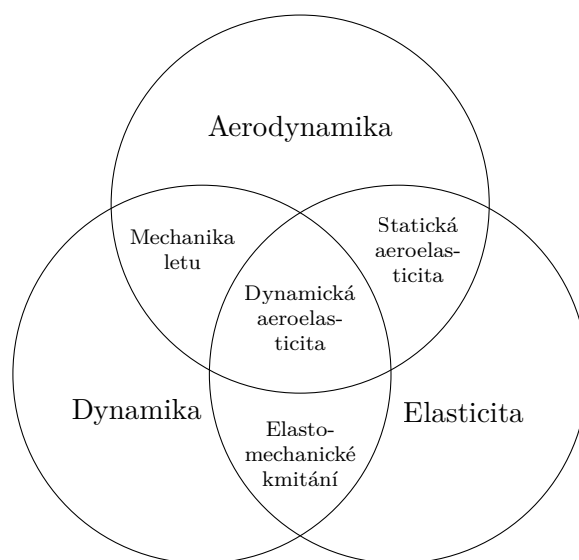
Jsou určeny významné letové režimy kluzáku, pro které je aerodynamická analýza řešena. Existuje více metod řešení provázaných CFD/MKP analýz. V práci je využita metoda založená na využití modální superpozice a radiálních báзовých funkcí. Je tak provedena modální analýza moderního kompozitového kluzáku, která je dále využita pro řešení aerodynamické analýzy poddajného křídla. Výsledky aerodynamické analýzy poddajného křídla jsou porovnány s výsledky analýzy určené na tuhém křídle kluzáku. Na závěr je posouzen vliv deformací poddajného křídla na změnu rozložení zatížení křídla.

2 Aeroelasticita

Obor zabývající se vzájemným působením poddajného tělesa a obtékajícího nebo protékajícího proudu vzduchu je nazýván Aeroelasticita. Jedná se o interakci aerodynamických, elastických a setrvačných sil vznikajících při obtékání poddajného tělesa [1, 2]. Tato interdisciplinární povaha aeroelasticity je dobře popsána na obrázku 2.1. Tento trojúhelník jako první zavedl A.R.Collar. Aeroelastické jevy lze tak rozdělit podle působících sil na:

Statické aeroelastické jevy, které vznikají při vzájemném působení aerodynamických a elastických sil.

Dynamické aeroelastické jevy, které vznikají při vzájemném působení všech tří sil (aerodynamické, elastické a setrvačné).



Obrázek 2.1: Graficky znázorněné oblasti aeroelasticity [2].

2.1 Statická aeroelasticita

Statické aeroelastické jevy vznikají na letadle při vzájemném působení pouze aerodynamických a elastických sil. Základní statické aeroelastické jevy jsou následující [1, 2]:

Změna rozložení aerodynamického zatížení je způsobena deformací křídla za letu. Tento jev je více popsán v následující kapitole.

Torzní divergence vzniká vlivem torzí deformace křídla. Působí-li výslednice sil působící na křídlo v místě elastické osy, křídlo je deformováno pouze ohybem. Působí-li však výslednice sil před elastickou osou, vzniká moment k této ose, který způsobuje zkroucení křídla a kladný přírůstek úhlu náběhu. Vzniká tak přírůstek vztlaku, tento nárůst dále způsobuje zvyšování výsledného úhlu náběhu, který opět způsobuje nárůst momentu. Tento proces trvá až do doby, kdy moment od aerodynamických sil je roven momentu od elastických sil. Tato rovnováha vzniká pro každou rychlost až do mezní rychlosti, při níž začíná ztráta

statické aeroelastické stability a tudíž dochází ke vzniku torzní divergence. Tato rychlost se nazývá kritická rychlost torzní divergence. V případě vzniku torzní divergence dochází vcelku rychle k destrukci křídla.

Reverze řízení má za následek ztrátu říditelnosti letadla. Nejčastěji dochází k reverzi křidélek (reverze příčného řízení). Reverze však může nastat u kteréhokoliv orgánu řízení. Reverze řízení nastává v důsledku řídicí síly, kdy dochází k deformaci orgánu řízení vlivem jeho nedostatečné tuhosti. Nosná plocha s kormidlem je deformována na takové úhly náběhu, které způsobují vznik aerodynamických sil, které jsou opačné oproti silám řídicím. Tyto síly jsou buď eliminovány, nebo nastává opačný účinek. Nejkritičtější případem je reverze křidélek.

2.2 Dynamická aeroelasticita

Dynamické aeroelastické jevy vznikají na letadle při vzájemném působení aerodynamických, elastických a dynamických sil. Základní dynamické aeroelastické jevy jsou následující [1, 2]:

Flutter (třepetání) je samobuzené kmitání pružného tělesa v proudu vzduchu (byť ustáleném). Aerodynamické síly s vlastními frekvencemi elastického tělesa způsobují kmitavý pohyb s narůstající amplitudou. Amplituda deformace rychle narůstá až do destrukce křídla. V případě elastomechanického kmitání konzervativní soustavy jsou elastické a mechanické síly v rovnováze a suma potenciální a kinetické energie je konstantní. Samobuzení kmitání soustavy je způsobeno přívodem energie z proudu vzduchu. Rychlost, při které dochází ke vzniku flutteru, se nazývá kritická rychlost flutteru.

Dle charakteru proudění kolem křídla lze flutter rozdělit na:

- Flutter v potencionálním proudu, kdy během flutteru nedochází k odtržení mezní vrstvy.
- Flutter s odtržením proudu, kdy během flutteru mezní vrstva ztratí stabilitu a dochází k jejímu odtržení.

Buffeting (třepání) je buzený dynamický jev. Vzniká účinky odtrhávajících se vírů od křídel, gondol a dalších částí letadla. Vlivem účinků vírů dochází k rozkmitání částí letadla, které jsou těmito proudy ovlivňovány. Nejčastěji se tento jev vyskytuje u ocasních ploch, které jsou ovlivňovány úplavem za křídlem.

Aeroelastická odezva na dynamický ráz může být vyvolána průletem poryvem, případně přistávacím rázem. Jedná se o přechodový stav, který může vyústit za určitých okolností ve flutter.

2.3 Změna rozložení aerodynamického zatížení

Deformace křídla vlivem aerodynamického zatížení může mít značný vliv na aerodynamické vlastnosti. U většiny letadel klasické konstrukce je deformace relativně nízká a vliv na aerodynamické charakteristiky se zanedbává. Nicméně kluzáky s kompozitní konstrukcí a velkou štíhlostí jsou charakteristické velkou deformací křídla za

letu. Ta může vést k nezanedbatelné změně aerodynamických vlastností a rozložení zatížení [2, 3]. Při změně rozložení zatížení může dojít ke zvýšení ohybového a krouťícího momentu v některých částech konstrukce. V krajním případě by mohlo dojít k destrukci křídla i při dodržení obrátové obálky letadla. Z tohoto důvodu předpis nařizuje provést výpočet, který deformaci zahrnuje, má-li vliv na rozdělení zatížení [4].



Obrázek 2.2: Ukázka deformace křídla kluzáku Concordia [5].

Vliv deformace křídla za letu není podstatný pouze z hlediska pevnostního výpočtu, ale také může ovlivňovat výkonnost kluzáku. Často je kluzák optimalizován z hlediska výkonnosti při nedeformovaném křídle pro určité součinitele vztlaku, potažmo úhly náběhu. Vlivem deformace nicméně tyto úhly náběhu pro dané součinitele vztlaku již nemusí odpovídat a například přechod křídlo-trup, případně samotné profily, již nemusí vykazovat nejlepší parametry.

2.4 Aeroelasticity tailoring

Optimalizační návrh konstrukce s uvažováním aeroelastických jevů se nazývá aeroelasticity tailoring. Pro výpočet vzájemného vlivu proudění kapaliny a tělesa se využívá tzv. FSI (fluid-structure interaction) analýza. Většinou se jedná o propojení MKP a CFD výpočtu. Tento propojený výpočet nachází uplatnění nejenom v letectví, ale také například v energetickém průmyslu pro výpočet větrných elektráren [6], výpočty plachetnic, bioinženýrství a jiných. S využitím FSI výpočtů a moderních, především kompozitních materiálů, je možno optimalizovat návrh křídla tak, aby dosahovalo lepších vlastností, a to jak aerodynamických, tak i z hlediska odolnosti vůči aeroelastickým jevům. Výhodou kompozitních materiálů, při návrhu s uvažováním aeroelastických jevů, je jejich anizotropie. Je tak možné navrhnout konstrukci s optimálními tuhostmi v daných směrech.

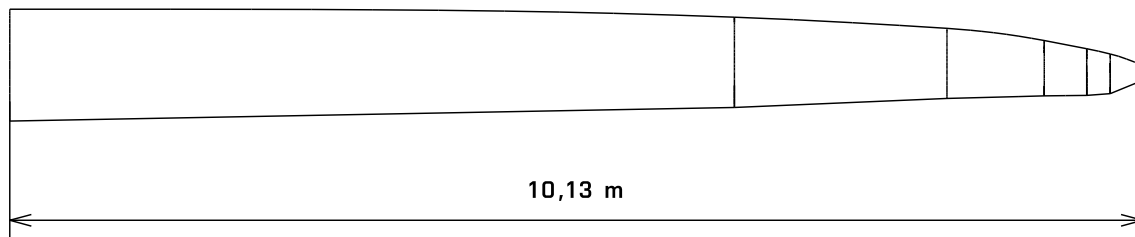
Jeden z prvních letounů, kde bylo tohoto postupu použito, je experimentální letoun Grumman X-29 [2, 7, 8]. Jedná se o nadzvukový letoun se záporným šípem. Křídlo se záporným úhlem šípu má některé výhody v nadzvukových oblastech letu, ale zároveň má záporný šíp negativní vliv na aeroelastické vlastnosti. Rychlost torzní divergence vlivem záporného šípu prudce klesá [2]. U letounu X-29 použitím aeroelasticity tailoringu byla snaha minimalizovat tyto negativní vlastnosti. Správ-

ným navržením směru vláken bylo docíleno jevu, kdy při kladné ohybové deformaci dochází k zápornému kroucení křídla [8].

Těchto principů je v dnešní době využíváno i při návrhu některých vysokovýkonných kluzáků. Příkladem může být kluzák Concordia, kde bylo dosaženo vysoké výkonnosti i při velké ohybové deformaci křídla [7].

3 Popis analyzovaného křídla

Pro aerodynamickou analýzu bylo vybráno křídlo moderního kompozitového kluzáku. Jedná se o křídlo o rozpětí 20 m vyrobené převážně z uhlíkového kompozitu. Základní geometrické parametry křídla jsou v tabulce 3.1. Půdorys křídla je zobrazen na obrázku 3.1. Použitý model křídla má zjednodušené zakončení z důvodu použití při výpočtech. Měla by tak být zajištěna lepší konvergence CFD výpočtu. Zjednodušení spočívá v nahrazení wingletu přídatnou plochou, jež reprezentuje přírůstek vztlaku u křídla s využitím wingletu. Geometrické charakteristiky jsou uvedeny pro toto náhradní křídlo.



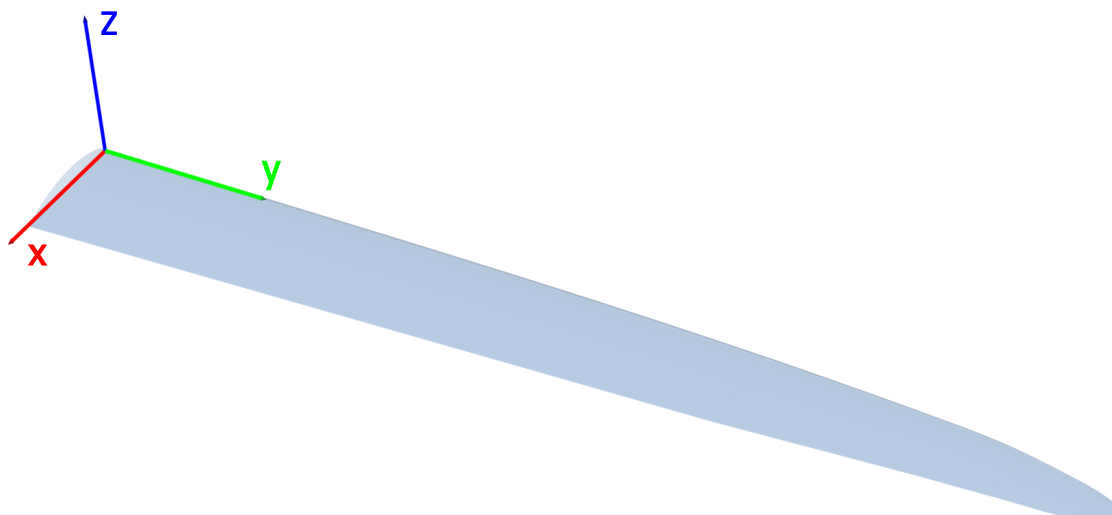
Obrázek 3.1: Půdorys křídla.

Tabulka 3.1: Geometrické charakteristiky křídla.

Plocha křídla	S	[m ²]	16,36
Rozpětí křídla	b	[m]	20,26
Střední aerodynamická tětíva	c_{sat}	[m]	0,84
Délka kořenové tětivy	c_0	[m]	1
Délka koncové tětivy	c_k	[m]	0,133
Štíhlost	AR	[–]	25,09
Zúžení	η	[–]	0,28

Konstrukce je jednonosníková, pomocný nosník slouží pouze k uzavření dutiny a přenosu silového působení ze závěsů klapky. Přenos kroutícího momentu zajišťuje sendvičový potah kluzáku. Nosník je tvořen pásnicemi vyrobenými z jednosměrného rovingu a sendvičovou stojinou tvořenou skelným kompozitem a jádrem z pěnového materiálu. Sendvičový potah křídla je tvořen z pěnového jádra uzavřeného potahy z uhlíkového kompozitu. Celková hmotnost jedné poloviny křídla je 97 kg. Jedná se o hmotnost bez vodní přítěže. Při všech výpočtech bylo počítáno pro případ bez vodní přítěže v křídle.

Dále byla zadefinována souřadnicová soustava zobrazená na obrázku 3.2. Souřadnicová soustava je využita jak pro veškeré aerodynamické, tak pro pevnostní výpočty.



Obrázek 3.2: Souřadnicová soustava využitá pro výpočty.

4 Metody řešení FSI

Metody FSI analýzy lze v základu rozdělit na dva druhy [9, 10]:

- Monolitické řešení
- Dělené řešení

U monolitického (plně provázaného) řešení se proudění v tekutině a deformace tělesa řeší pomocí jedné soustavy rovnic v jednom časovém kroku. Toto řešení je velice náročné a je vhodné pro úlohy s velmi silnou interakcí mezi tekutinou a tělesem. Lze tak řešit pouze obtékání jednoduchých pružných těles jako jsou membrány a nosníky. Pro tento způsob je nutné vytvoření zvláštního řešiče, jelikož nelze využít propojení stávajících CFD a MKP řešičů.

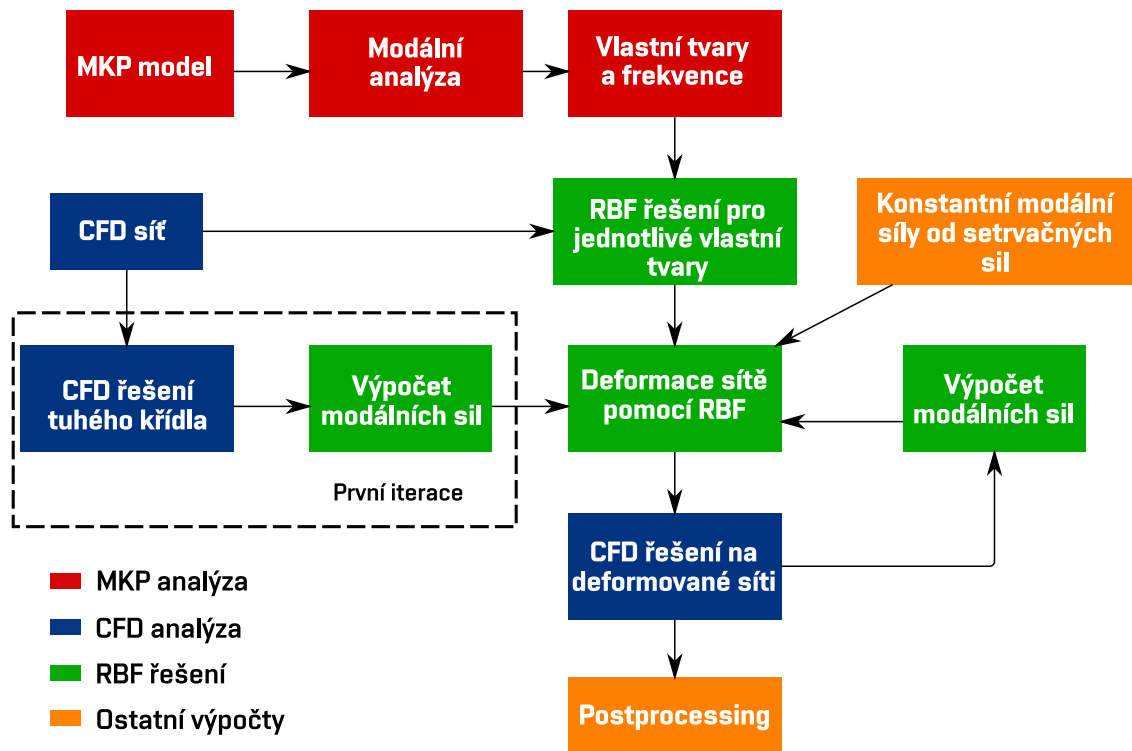
Při děleném řešení je výpočet proudění v tekutině a deformace tělesa prováděn samostatně pomocí vlastního řešiče. Jejich řešení je prováděno postupně s následným provázáním. V případě děleného řešení může být použita síť nekonformní, to znamená, že poloha uzlových bodů CFD a MKP sítě se nemusí shodovat. Dělené řešení je oproti monolitickému přístupu rychlé, relativně jednoduché a lze využít stávajících MKP a CFD řešičů s následným provázáním [9].

U děleného řešení se používá jednocestné řešení, kdy proběhne pouze jedna iterace řešení. Síly vypočítané na CFD síti jsou poslány do MKP řešiče, kde dojde k přenosu na MKP síť tělesa. Následné deformace strukturní sítě již neovlivňuje tvar (deformaci) CFD sítě. Vzhledem k této skutečnosti je tento postup vhodný pro řešení problémů, kde dochází k malé deformaci tělesa. Mezi tyto problémy lze řadit například zatížení potrubí tlakem nebo křídlo s relativně vysokou tuhostí.

Dalším přístupem výpočtu děleného řešení je dvoucestné řešení. U dvoucestného výpočtu dochází k několika iteracím. Dochází zde k obousměrnému přenosu dat mezi CFD a MKP řešiči. Síly vypočítané při obtékání tělesa na CFD síti jsou přeneseny na MKP síť. Pomocí MKP řešiče je vypočtena deformace sítě. Pomocí deformace MKP sítě je určena zdeformovaná CFD síť. Následně dochází k opětovnému aerodynamickému výpočtu již s deformovanou sítí. Tento postup se opakuje až do doby, než jsou splněna kritéria konvergence provázaného řešení.

4.1 RBF Morph

Jedním z nástrojů pro FSI analýzu je program RBF Morph. Jedná se o doplněk programu fluent. Tento program pro výpočet deformované sítě využívá radiálních bázevých funkcí [11]. Samotná deformace je počítána z vlastních tvarů konstrukce křídla. Vlastní tvary jsou určeny pomocí modální analýzy s využitím MKP. Při řešení FSI analýzy pomocí programu RBF Morph je nejprve vypočítána deformace sítě pro každý vlastní tvar konstrukce. Konečná deformace je pak dána superpozicí vlastních tvarů. Schéma průběhu FSI analýzy pomocí RBF Morph je zobrazen na obrázku 4.1.



Obrázek 4.1: Schéma postupu řešení dvoucestné FSI analýzy s využitím RBF Morph.

5 Deformace sítě pomocí RBF

Pomocí Radiálních bázových funkcí (RBF) je možné kdekoli v prostoru interpolovat funkční hodnotu pro diskrétní body, s přesnou hodnotou v původních bodech [11, 12]. RBF tak lze využít pro řešení deformace sítě na základě zdrojových bodů a jejich posunutí. Při řešení deformace sítě pomocí RBF jsou nejprve definovány zdrojové body na požadované geometrii a v okolí této geometrie a jejich posunutí. Následně dochází k matematickému řešení RBF. Z matematického hlediska spočívá řešení RBF ve výpočtu skalárních parametrů lineárního systému, jejichž počet odpovídá počtu zdrojových bodů. Posunutí libovolného uzlu CFD sítě může být vyjádřen pomocí součtu radiálních příspěvků od každého uzlového bodu. Deformace sítě tak probíhá rychle a beze změny počtu uzlů původní sítě.

Interpoláčnící funkce je složena z bázových funkcí. Polynom je definovaný následující rovnicí

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \gamma_i \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) + h(\mathbf{x}), \quad (5.1)$$

kde $\phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|)$ je radiální funkce a lze ji zapisovat taktéž jako $\phi(r)$ [11, 12, 13]. Vektor \mathbf{x} jsou uzly sítě a vektor \mathbf{x}_i určuje polohu zdrojového uzlu a $\|\cdot\|$ je eukleidovská norma určující vzdálenost mezi dvěma body v prostoru. Počet uzlových bodů je roven n . Počet stupňů polynomu závisí na zvolené bázové funkci. Rovnice 5.1 je definována pro koeficienty $\gamma_i \in \mathbb{R}$ a pro polynom h prvního stupně. Existuje více používaných radiálních bázových funkcí $\phi(r)$, běžně používané funkce jsou uvedeny v tabulce 5.1.

Tabulka 5.1: Používané bázové funkce [13].

Radiální bázová funkce	$\phi(r)$
Spline (R)	$ r ^n$, pro lichá n
Thin plate spline (TPS)	$ r ^n \log r $, pro sudá n
Multiquadratic (IMQ)	$\sqrt{1 + r^2}$
Inverzní multiquadratic (IMQ)	$\frac{1}{\sqrt{1+r^2}}$
Inverzní kvadratická (IQ)	$\frac{1}{1+r^2}$
Gaussova (GRBF)	e^{-r^2}

Radiální závislost existuje tehdy, když koeficienty γ a příslušný polynom dávají ve zdrojových bodech nulové příspěvky [11, 13, 14]. To lze zapsat následovně

$$s(\mathbf{x}_{k_i}) = g(\mathbf{x}_{k_i}) \quad 1 \leq i \leq n \quad (5.2)$$

$$0 = \sum_{i=1}^n \gamma_i q(\mathbf{x}_{k_i}). \quad (5.3)$$

Podmínka 5.3 platí pro polynom q o stejném nebo menším stupni, než je stupeň polynomu h . Minimální stupeň polynomu h závisí na zvolené bázové funkci.

Koeficienty γ a β lze určit řešením systému

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

kde \mathbf{M} je interpolační matice

$$M_{ij} = \phi \left(\|\mathbf{x}_{k_i} - \mathbf{x}_{k_j}\| \right), \quad 1 \leq i, j \leq n. \quad (5.5)$$

Matice \mathbf{P} je definována vazbami a přesně interpoluje všechny polynomy prvního stupně [11, 13, 14]

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & x_{k_1}^0 & y_{k_1}^0 & z_{k_1}^0 \\ 1 & x_{k_2}^0 & y_{k_2}^0 & z_{k_2}^0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{k_n}^0 & y_{k_n}^0 & z_{k_n}^0 \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

Vektor β je vektor koeficientů polynomu $h(\mathbf{x})$. Vektor $h(\mathbf{x})$ je určen vztahem

$$h(\mathbf{x}) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 z, \quad (5.7)$$

kde \mathbf{x}

$$\mathbf{x} = (x, y, z)^T. \quad (5.8)$$

Interpolační funkce pro výpočet posunutí uzlů sítě je určena pro každou složku posunutí. Posunutí ve směrech os s_x , s_y a s_z je určeno pomocí funkcí

$$\begin{aligned} s_x(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^n \gamma_i^x \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) + \beta_1^x + \beta_2^x x + \beta_3^x y + \beta_4^x z \\ s_y(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^n \gamma_i^y \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) + \beta_1^y + \beta_2^y x + \beta_3^y y + \beta_4^y z \\ s_z(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^n \gamma_i^z \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) + \beta_1^z + \beta_2^z x + \beta_3^z y + \beta_4^z z, \end{aligned} \quad (5.9)$$

kde koeficienty splňují 5.4 [13].

RBF řešení je pro deformaci sítě určeno pouze jednou a v průběhu FSI výpočtu již jej není potřeba přepočítávat.

6 Modální analýza

Pohyb tělesa v libovolném časovém okamžiku lze popsat diferenciální rovnicí druhého řádu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(t), \quad (6.1)$$

kde \mathbf{x} je vektor posunutí, \mathbf{C} je matice tlumení, \mathbf{M} je hmotnostní matice, \mathbf{K} je matice tuhosti a $\mathbf{F}(t)$ je časově závislý vektor vnějšího zatížení [11, 15, 16, 17].

První člen rovnice 6.1 $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}$ vyjadřuje setrvačné síly mechanického systému. Člen $\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}$ je viskózní tlumení soustavy. Tlumení vyjadřuje disipaci energie soustavy vlivem třecích sil. Tlumící síla transformuje kinetickou energii na jiné druhy energie, převážně se jedná o tepelnou energii. Člen $\mathbf{K}\mathbf{x}$ vyjadřuje elastické síly systému. Jedná se o odpor systému proti deformaci.

Modální analýza se provádí pro případ volného netlumeného kmitání [15, 16, 17]. V tomto případě je vektor vnějšího zatížení $\mathbf{F}(t)$ roven nule. Jelikož se jedná o netlumené kmitání, je matice tlumení \mathbf{C} taktéž rovna nule. Po zjednodušení základní pohybové rovnice 6.1 tak dostaneme vztah pro volné netlumené kmitání ve tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}(t). \quad (6.2)$$

Reakce systému v čase lze zapsat pomocí harmonické funkce

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} \sin(\omega_n t), \quad (6.3)$$

kde \mathbf{X} je vlastní vektor a ω_n je vlastní kruhová frekvence. Dosazení rovnice 6.3 do rovnice volného netlumeného kmitání 6.2 vznikne rovnice

$$-\omega_n^2 \mathbf{M}\mathbf{X} \sin \omega t + \mathbf{K}\mathbf{X} \sin \omega t = 0 \quad (6.4)$$

po zjednodušení dostaneme vztah

$$(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (6.5)$$

Rovnice 6.5 má řešení, vyjma triviálního řešení, kdy $\mathbf{X} = 0$, když je matice $(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M})$ singulární, to znamená, že platí $\det(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}) = 0$. Jedná se o charakteristickou matici soustavy, kde $\omega_{n,i}^2$ je vlastní číslo tzn. $\lambda_i = \omega_{n,i}^2$. Počet vlastních čísel je rovno počtu stupňů volnosti modelu [12]. Vlastní frekvence pro každý mód f_i lze určit ze vztahu

$$f_i = \frac{\omega_{n,i}}{2\pi}. \quad (6.6)$$

Aby rovnice 6.5 přímo zobrazovala rovnováhu mezi elastickými a setrvačnými silami, lze ji taktéž zapsat následovně

$$\mathbf{K}\mathbf{X} = \omega_n^2 \mathbf{M}\mathbf{X}. \quad (6.7)$$

Vektor modálních souřadnic je dán vztahem

$$\mathbf{q} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{x}. \quad (6.8)$$

Vlastností vlastních tvarů je, že měřítko jejich velikosti může být libovolné. Z tohoto důvodu bývá řešení normalizováno. Nejčastěji je používána normalizace podle hmotnosti. V tomto případě jsou vlastní vektory vynásobeny v takovém měřítku, aby velikost zobecněné hmotnosti m_i byla rovna jedné [11, 15]

$$\mathbf{X}_i^T \mathbf{M} \mathbf{X}_i = m_i = 1. \quad (6.9)$$

6.1 Modální superpozice

Rovnici 6.1 lze po dosazení 6.8 psát jako

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i\omega_{n,i}\dot{q}_i + \omega_{n,i}^2q_i = \frac{Q_i}{M_{ii}}, \quad (6.10)$$

kde ζ_i je tlumicí faktor, jenž je vyjádřen jako

$$\zeta_i = \frac{C_{ii}}{2M_{ii}\omega_{n,i}}. \quad (6.11)$$

Člen q_i je modální souřadnice a Q_i je modální síla. Modální síla Q_i je dána násobkem vektoru vnějšího zatížení $\mathbf{F}(t)$ a příslušného vlastního vektoru \mathbf{X}_i , neboli

$$Q_i = \mathbf{X}_i^T \mathbf{F}. \quad (6.12)$$

V případě FSI analýzy je určená z CFD výpočtu a závisí na tlakovém zatížení konstrukce. Vlastní kruhovou frekvenci lze určit ze vztahu

$$\omega_{n,i} = \sqrt{\frac{K_{ii}}{M_{ii}}}. \quad (6.13)$$

Je-li rychlost deformace vyšší než rychlost zatěžování vnějšími silami, lze tento jev považovat za statický [11] a lze ho po úpravě rovnice 6.10 zapsat ve tvaru

$$\omega_{n,i}^2 q_i = \frac{Q_i}{M_{ii}}. \quad (6.14)$$

Po dosazení vztahu 6.13 do rovnice 6.14 vznikne následující vztah pro výpočet modální souřadnice

$$q_i = \frac{Q_i}{K_{ii}}. \quad (6.15)$$

Reakci systému lze vyjádřit jako superpozici vlastních tvarů. Rovnici pro výpočet celkové deformace konstrukce 6.17 lze určit dosazením 6.8 do 6.15.

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i \frac{Q_i}{K_{ii}}. \quad (6.16)$$

Je-li vektor vlastních tvarů normalizovaný podle hmotnosti, pak modální ohybovou tuhost $K_{ii} = \omega_{n,i}^2 M_{ii}$ lze zjednodušit na $K_{ii} = \omega_{n,i}^2$, jelikož M_{ii} je rovno jedné. Rovnici 6.17 je tak možno zapsat jako

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i \frac{Q_i}{\lambda_i}. \quad (6.17)$$

Energie vlastního módu klesá se vzrůstající frekvencí. V mechanickém systému je pouze pár prvních módů energeticky dominantních. Z tohoto důvodu je možné získat dobrou aproximaci deformace s využitím několika prvních vlastních tvarů [11].

7 Řešení modální analýzy

Program RBF-morph využívá pro FSI analýzu modální superpozici. Vstupní data jsou vlastní frekvence a k nim příslušné vlastní tvary konstrukce křídla.

7.1 Náhradní nosníkový model

Pro modální analýzu v MKP se používají zjednodušené dynamické modely křídla [18]:

Nosníkový model je složen z nosníku v ohybově elastické ose, kterému je přiřazena ohybová a torzní tuhost odpovídající reálnému křídlu. Na nosník jsou dále napojeny hmotnostní body, jejichž rozložení odpovídá hmotovému rozložení na křídle. Nosníkový model dává dobrou aproximaci statických i dynamických vlastností křídla. Jeho výhodou je jednoduchost a tím i nízká náročnost na výpočetní výkon. Nevýhodou z hlediska FSI je horší přenos deformací na CFD síť.

Panelový model je tvořen potahy, stojinami, rovnoměrně rozdělenými podélníky a žebry. Tento model je složitější a náročnější na výpočetní výkon. Výhodou je lepší přenos deformací na CFD síť.

Pro modální analýzu vzhledem k uvedeným vlastnostem bylo vybráno použití náhradního nosníkového modelu. K vytvoření nosníkového modelu je potřeba zjistit charakteristiky reálného křídla. Potřebné charakteristiky jsou:

- Velikost ohybové tuhosti v tečném směru po délce křídla
- Velikost ohybové tuhosti v normálním směru po délce křídla
- Velikost torzní tuhosti po délce křídla
- Velikost osově tuhosti křídla
- Rozložení hmoty po délce a hloubce křídla

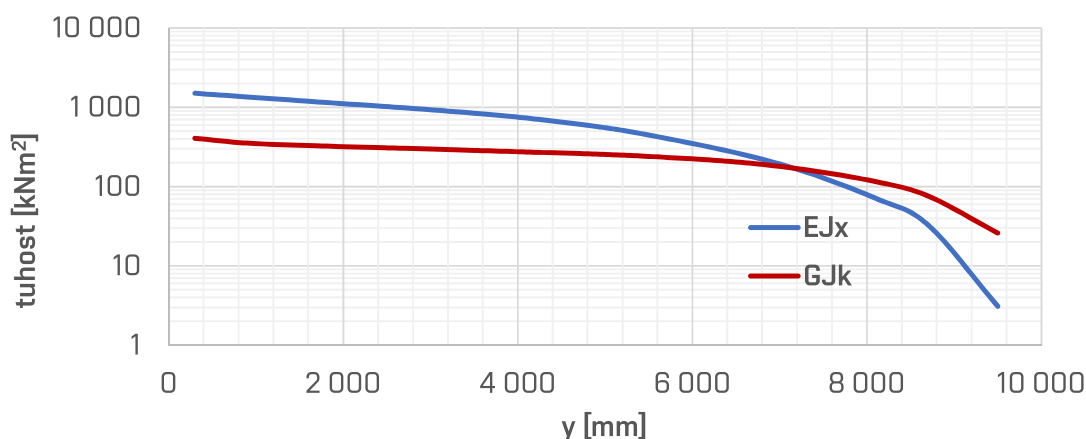
U vyšetřovaného křídla byla provedena pevnostní zkouška a ze znalosti velikosti zatížení a naměřených deformací byly určeny velikosti ohybové a torzní tuhosti po délce křídla. Osová tuhost křídla by byla obtížně měřitelná a navíc má vzhledem k charakteru zatížení křídla téměř nulový vliv na výsledek FSI analýzy. Hodnota tak byla zvolena náhodně¹. Dále nebyla známa velikost ohybové tuhosti křídla v tečném směru. Vzhledem ke geometrickým charakteristikám křídla bývá tato hodnota vyšší než ohybová tuhost v normálním směru, byla tak zvolena jako její desetinásobek. Tato hodnota má také minimální vliv na výsledek FSI analýzy. Velikosti ohybové tuhosti v normálním směru a torzní tuhosti jsou uvedeny v tabulce 7.1.

U dané konstrukce křídla kluzáku přenáší hlavní nosník dominantní část ohybového momentu. Z tohoto důvodu je poloha elastické osy prakticky totožná s polohou hlavního nosníku. Poloha těžištní osy a rozdělení hmoty byly určeny ze znalosti

¹Hodnota byla zvolena dostatečně vysoká, aby se ve vypočítaných módech nevyskytovaly vlastní tvary s osovou deformací.

Tabulka 7.1: Velikosti ohybové tuhosti v normálním směru a torzní tuhosti.

y [mm]	EJ_x [Nm ²]	GJ_k [Nm ²]
300	$1,50 \times 10^6$	$4,08 \times 10^5$
901	$1,35 \times 10^6$	$3,53 \times 10^5$
1 701	$1,17 \times 10^6$	$3,27 \times 10^5$
2 700	$9,84 \times 10^5$	$3,04 \times 10^5$
3 500	$8,44 \times 10^5$	$2,86 \times 10^5$
4 100	$7,32 \times 10^5$	$2,73 \times 10^5$
4 900	$5,73 \times 10^5$	$2,57 \times 10^5$
5 500	$4,47 \times 10^5$	$2,40 \times 10^5$
6 500	$2,67 \times 10^5$	$2,05 \times 10^5$
7 300	$1,53 \times 10^5$	$1,63 \times 10^5$
8 100	$7,12 \times 10^4$	$1,16 \times 10^5$
8 700	$3,29 \times 10^4$	$7,62 \times 10^4$
9 500	$3,09 \times 10^4$	$2,60 \times 10^4$


Obrázek 7.1: Průběhy ohybových a torzních tuhostí.

hmotnosti částí konstrukce křídla a jejich těžišť. Průběh poloh os je zobrazen na obrázku 7.2.

Pro lepší popis dynamického chování křídla byly určeny momenty setrvačnosti k ose y v každém hmotném řezu modelu. Byl použit zjednodušený výpočet, kdy rozložení hmoty po hloubce řezu křídla bylo nahrazeno tyčí o délce hloubky řezu a poloze v elastické ose. Moment setrvačnosti ke středu řezu je určen ze vztahu

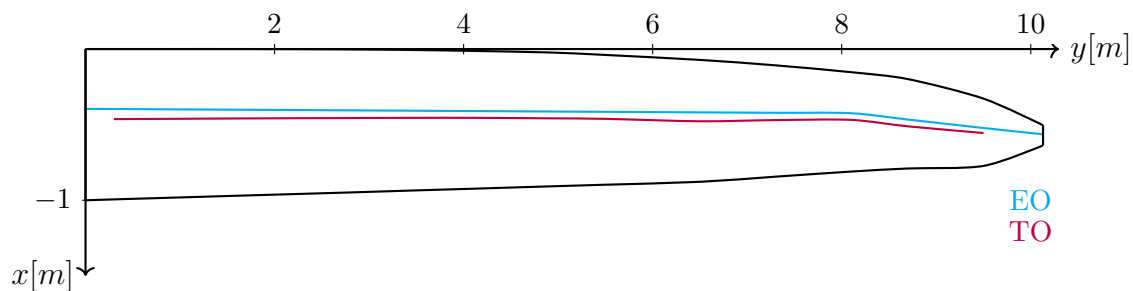
$$I_{y_T} = \frac{1}{12}mc^2. \quad (7.1)$$

Přepočet momentu setrvačnosti do elastické osy pomocí Steinerovy věty [16]

$$I_y = I_{y_T} + meG^2, \quad (7.2)$$

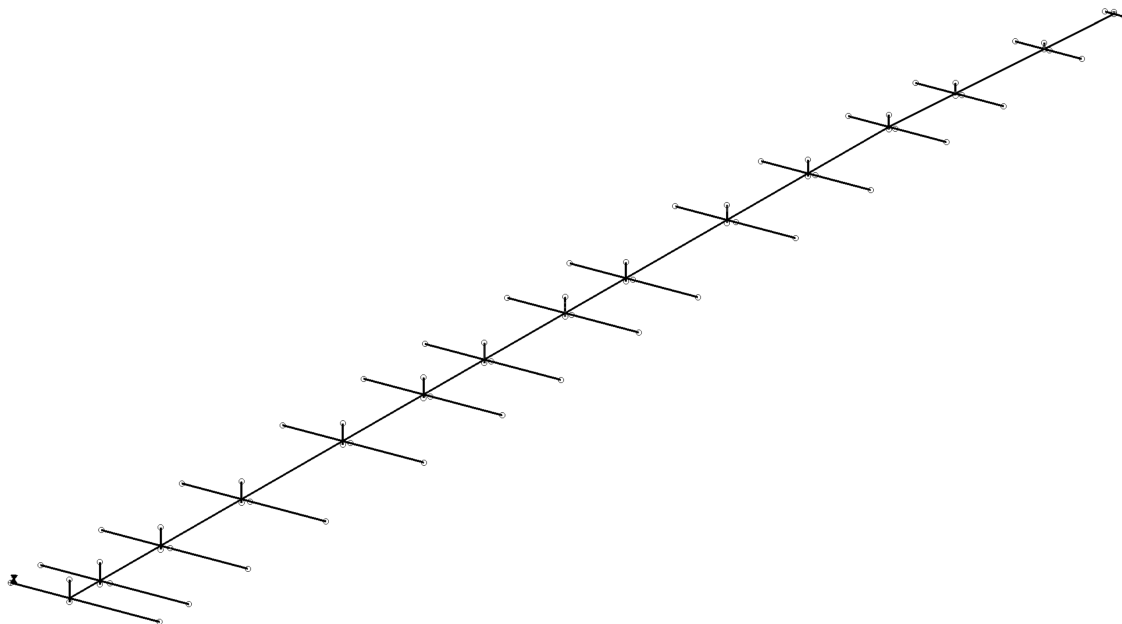
kde e_G je vzdálenost mezi polohou těžiště a elastickou osou.

Nosník náhradního nosníkového modelu je tvořen pomocí beam prvků. Jedná se o jednorozměrný element definovaný dvěma uzlovými body [19]. Těmto prvkům



Obrázek 7.2: Schéma průběhu polohy těžištní a elastické osy po rozpětí křídla. Poloha těžištní osy je po celém rozpětí za osou elastickou. Skutečná poloha těžištní osy je silně závislá na množství vodní přítěže umístěné v křídle. Vyšetřován byl případ bez vodní přítěže.

byly přiřazeny geometrické a materiálové vlastnosti ². Geometrické parametry jsou určeny danými tuhostmi křídla a zvolenými materiálovými vlastnostmi. Dále byly do modelu vloženy hmotné body s příslušnou hmotností a momentem setrvačnosti úseku. Model též obsahuje body na náběžné a odtokové hraně a body určující výšku profilu v místě nosníku. Tyto body napomáhají lepšímu přenosu sil z CFD řešiče na nosníkový model a omezují deformaci profilu (zploštění) v CFD síti. Tyto body byly provázány s příslušnými elementy na nosníku pomocí RBE2 prvků. Tyto prvky zajišťují tuhou vazbu mezi zvolenými body sítě. Posunutí a natočení bodů je určeno posunutím a natočením řídicího bodu. Poloha těchto bodů je tak plně závislá na řídicím bodu nosníku. Posunutí závislých bodů jsou u RBE2 prvku dopočítávána pomocí MPC rovnic [19]. Počátečnímu bodu nosníkového modelu křídla byly odebrány všechny stupně volnosti. Tyto okrajové podmínky odpovídají vetknutí tělesa. Výsledný nosníkový model je zobrazen na obrázku 7.3.



Obrázek 7.3: Náhradní nosníkový model křídla.

²Hustota materiálu byla zadána rovna nule, aby neovlivňovala rozložení hmotnosti. Poloha hmotnostní osy je dána polohou hmotných bodů.

7.2 MKP řešení vlastních frekvencí

Modální analýza byla provedena pomocí programu MSC Nastran. Byla využita SOL 103 analýza s využitím Lanczosovi metody řešení vlastních tvarů. Tato metoda je vhodná pro řešení většiny středních a velkých modelů. Lanczosova metoda dává přesné hodnoty vlastních čísel a vlastních vektorů [15].

Určeno bylo prvních deset vlastních tvarů a frekvencí, pro použití v FSI analýze bylo vybráno prvních pět vlastních tvarů. Vektor vlastních tvarů byl normalizován podle hmotnosti³. Vypočítané vlastní frekvence jsou uvedeny v tabulce 7.2.

Tabulka 7.2: Vypočítaná vlastní čísla a frekvence.

i	λ_i [–]	$\omega_{n,i}$ [rad/s]	f_i [Hz]
1	$2,45 \times 10^2$	15,67	2,49
2	$2,45 \times 10^3$	49,54	7,88
3	$3,72 \times 10^3$	61,01	9,71
4	$1,82 \times 10^4$	134,76	21,45
5	$2,09 \times 10^4$	144,72	23,03
6	$3,73 \times 10^4$	193,01	30,72
7	$6,28 \times 10^4$	250,66	39,89
8	$1,21 \times 10^5$	347,53	55,31
9	$1,67 \times 10^5$	408,37	64,99
10	$1,86 \times 10^5$	431,50	68,68

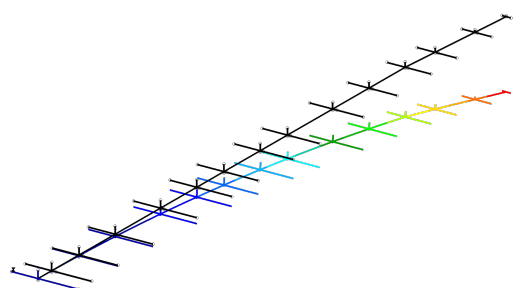
Vlastní tvary jsou zobrazeny na obrázku 7.4. První dva módy jsou první ohybové tvary v normálním a tečném směru s kombinací krutu. Z vypočítaných dat je patrné, že žádný vypočítaný vlastní tvar není čistě krutový nebo ohybový, vždy se jedná o jejich kombinaci.

Bylo provedeno srovnání první vlastní frekvence s dalšími kluzáky. Z tabulky 7.3 je patrné, že vypočítaná frekvence přibližně odpovídá vlastním frekvencím moderních kompozitových kluzáků. Pro ověření správnosti nastavení nosníkového modelu je vhodné provést srovnání vlastních frekvencí s frekvencemi určenými při pozemní rezonanční zkoušce. Nicméně v tomto případě nebyla data z pozemní rezonanční zkoušky dostupná.

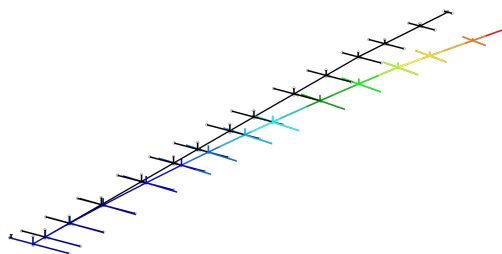
Tabulka 7.3: Srovnání první vlastní frekvence vybraných kluzáků a počítaného křídla.

Kluzák	Rozpětí [m]	První vlastní frekvence [Hz]
LAK-17B	15	1,79
LAK-17B	18	2,57
Potchefstroom University	18	3,10
Počítaný kluzák	20	2,49

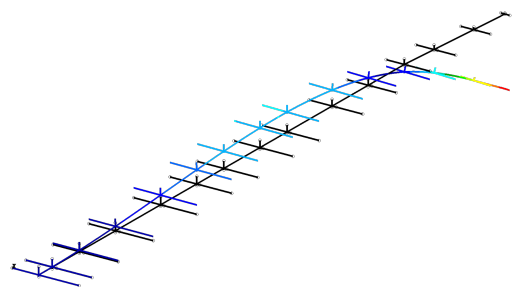
³Normalizace vlastních tvarů podle hmotnosti je nutná pro použití v programu RBF morph.



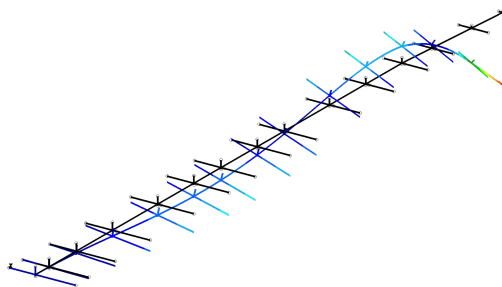
(a) První vlastní tvar, s vlastní frekvencí 2,49 Hz.



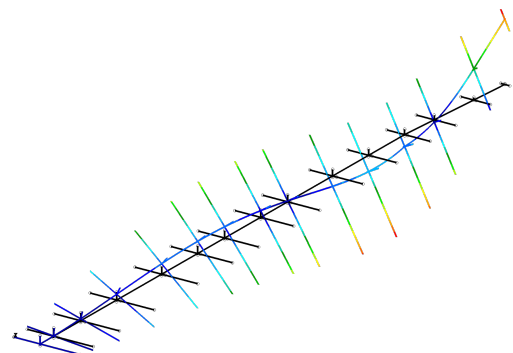
(b) Druhý vlastní tvar, s vlastní frekvencí 7,88 Hz.



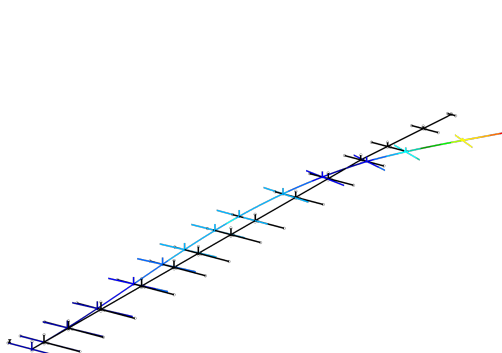
(c) Třetí vlastní tvar, s vlastní frekvencí 9,71 Hz.



(d) Čtvrtý vlastní tvar, s vlastní frekvencí 21,45 Hz.



(e) Pátý vlastní tvar, s vlastní frekvencí 23,03 Hz.



(f) Šestý vlastní tvar, s vlastní frekvencí 30,72 Hz.

Obrázek 7.4: Prvních šest vlastních tvarů křídla získané modální analýzou náhradního nosníkového modelu.

8 Letová obálka

Pro určení významných režimů letu byla vytvořena zjednodušená letová obálka. Jelikož cílem práce bylo především určit vliv deformace na zatížení, nebyly řešeny klapkové a poryvové případy z důvodu snížení časové náročnosti řešení problému. Letová obálka byla řešena pomocí předpisu CS-22 [4] pro kategorii Utility.

Dovolené násobky pro kategorii Utility dle CS 22.337 jsou zobrazeny v tabulce 8.1. Návrhové rychlosti byly stanoveny dle CS 22.335.

Tabulka 8.1: Provozní násobky zatížení.

n_1	+5, 3
n_2	+4
n_3	-1, 5
n_4	-2, 65

- Návrhová obrátová rychlost V_A je stanovena dle

$$V_A = V_{S1} \sqrt{n_1}, \quad (8.1)$$

kde V_{S1} je odhadovaná pádová rychlost při navrhované maximální hmotnosti se vztakovými klapkami v neutrální poloze a se zataženými aerodynamickými brzdami. Rychlost V_{S1} je určena vztahem 8.2.

$$V_{S1} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_{l_{max}}}}. \quad (8.2)$$

- Návrhová rychlost V_D nesmí být nižší než

$$V_D = 18 \sqrt[3]{\left(\frac{W}{S}\right) \left(\frac{1}{C_{d_{min}}}\right)}, \quad (8.3)$$

kde $\frac{W}{S}$ je zatížení plochy křídla a $C_{d_{min}}^1$ je nejnižší možný součinitel aerodynamického odporu kluzáku.

Potřebné aerodynamické parametry pro výpočet návrhových rychlostí jsou uvedeny v tabulce 8.2. Letová obálka byla určována pro případ kluzáku s hmotností $m = 800$ kg. Gravitační zrychlení g je uvažováno pro nulovou výšku mezinárodní standardní atmosféry, tedy $g = 9,80665 \text{ ms}^{-2}$ [20]. Hustota vzduchu ρ je opět uvažována pro nulovou výšku mezinárodní standardní atmosféry a je uvedena v tabulce 9.1.

Výsledné návrhové rychlosti jsou zobrazeny v tabulce 8.3. Z určených návrhových rychlostí a násobků byla vytvořena letová obálka zobrazená na obrázku 8.1.

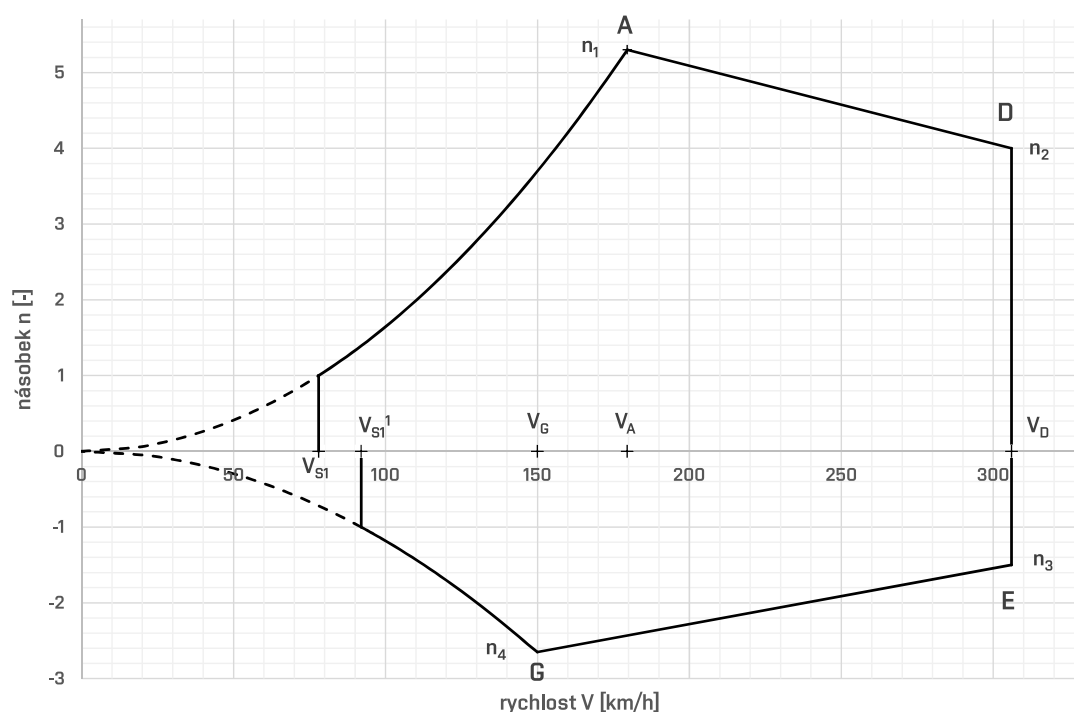
¹Dle předpisu pro výpočet maximální rychlosti V_D je použita velikost minimálního součinitele odporu celého kluzáku. Nicméně v tomto případě nebyly známy aerodynamické parametry trupu a ocasních ploch. Z tohoto důvodu byla použita hodnota minimálního odporu křídla. Tato hodnota je menší než součinitel odporu celého kluzáku. Výpočet se součinitelem odporu křídla dává vyšší maximální rychlost. Rychlost vypočítána dle rovnice 8.3 je $V_D = 254 \text{ kmh}^{-1}$. Takto určená rychlost je stále nižší než zvolená návrhová rychlost.

Tabulka 8.2: Aerodynamické parametry křídla.

Maximální součinitel vztlaku	$C_{L,max}$	1,7
Maximální součinitel vztlaku na zádech	$C_{L,max}^1$	1,25
Minimální součinitel odporu	$C_{D,min}$	0,017

Tabulka 8.3: Návrhové rychlosti letové obálky.

Pádová rychlost	V_{S1}	[kmh ⁻¹]	78
Pádová rychlost na zádech	V_{S1}^1	[kmh ⁻¹]	92
Obratová rychlost	V_A	[kmh ⁻¹]	180
Obratová rychlost na zádech	V_G	[kmh ⁻¹]	150
Maximální rychlost	V_D	[kmh ⁻¹]	306

**Obrázek 8.1:** Zjednodušená letová obálka.

8.1 Výběr významných režimů

Pro výpočet rozložení zatížení byly určeny významné režimy na letové obálce. Režimy byly vybrány s ohledem na předpokládané maximální hodnoty průběhů ohybových a kroutících momentů. Vybrané režimy letu jsou následující:

- Bod A letové obálky, při rychlosti $V_A = 50 \text{ ms}^{-1}$ a násobku zatížení $n_1 = +5,3$. Tento režim je charakteristický nejvyšším kladným násobkem zatížení a vysokým úhlem náběhu křídla. U tohoto režimu lze předpokládat maximální hodnoty ohybových momentů.
- Bod D letové obálky, při rychlosti $V_D = 85 \text{ ms}^{-1}$ a násobku zatížení $n_2 = 4$. Tento bod je charakteristický nejvyšší rychlostí letu a tím i velikostí dynamického tlaku q_D .

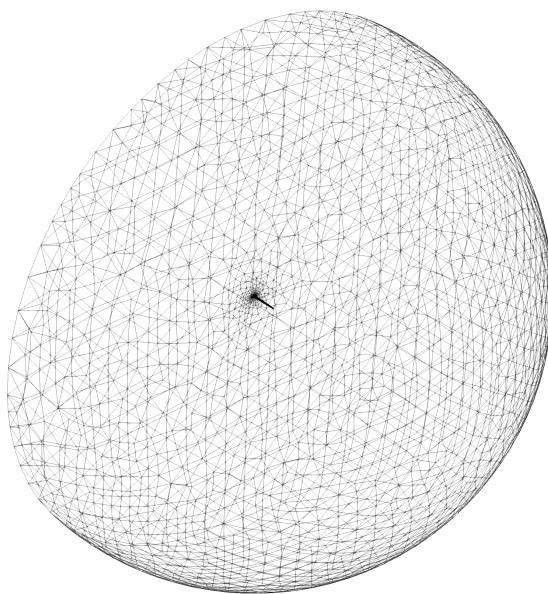
- Režim při rychlosti $V_D = 85 \text{ ms}^{-1}$ a nulovém násobku zatížení. Dále označován jako D0. V tomto režimu se v některých případech vyskytuje maximální hodnota kroutícího momentu.

9 Aerodynamická analýza tuhého křídla

Před samotnou FSI analýzou byla provedena aerodynamická analýza tuhého křídla kluzáku. Tento výpočet byl proveden v programu Ansys Fluent.

9.1 Výpočetní CFD síť

Síť využitá pro CFD analýzu je zobrazena na obrázku 9.1. Síť je tvořena polokoulí o poloměru 100 m. Prvky sítě jsou tetrahedrické elementy. Velikost elementu klesá směrem od povrchu polokoule ke křídlu. Takto vytvořená síť je dostatečně jemná v okolí křídla a umožňuje tak relativně přesný výpočet. Zároveň narůstající velikost prvků směrem od křídla redukuje celkový počet elementů sítě a snižuje se tak náročnost na výpočetní čas.



Obrázek 9.1: Celkový pohled na použitou CFD síť.

U CFD sítí se v blízkosti zkoumaného tělesa využívají prizmatické prvky. Tyto prvky umožňují lépe popsat mezní vrstvu vznikající v blízkosti povrchu tělesa. Výpočet s využitím sítě obsahující prizmatické prvky dává přesnější hodnotu třecího odporu. V případě FSI analýzy je síť při velkých deformacích náchylná na vznik záporných objemů. Z tohoto důvodu byla využita síť bez prizmatických prvků, aby tak byl omezen vznik záporných objemů u těchto prvků. Použitím sítě bez prizmatických prvků se snižuje výpočetní náročnost a zvyšuje stabilita FSI výpočtu. Nicméně hodnoty odporu získaného výpočtem s touto sítí nejsou úplně přesné.

9.2 Nastavení CFD analýzy

Veškeré aerodynamické výpočty byly provedeny pro vzduch o parametrech v nulové výšce mezinárodní standardní atmosféry. Tyto parametry jsou uvedeny v tabulce 9.1.

Tabulka 9.1: Parametry vzduchu v nulové výšce MSA [20].

Tlak	p_0	[Pa]	101 325
Teplota	T_0	[K]	288,15
Hustota	ρ_0	[kgm ⁻³]	1,225
Kinematická viskozita	ν_0	[m ² s ⁻¹]	$1,46072 \times 10^{-5}$
Dynamická viskozita	μ_0	[kgm ⁻¹ s ⁻¹]	$1,78938 \times 10^{-5}$

Pro jednotlivé režimy letu byl určen potřebný součinitel vztlaku dle vztahu

$$C_L = \frac{2mgn}{\rho_0 v^2 S}. \quad (9.1)$$

Potřebné součinitele vztlaku pro vybrané režimy letu jsou uvedeny v tabulce 9.2.

Pro nastavení okrajových podmínek výpočtu bylo určeno Machovo číslo [20]

$$M = \frac{v}{a}, \quad (9.2)$$

kde v je rychlost letu v daném režimu a rychlost zvuku a je dána vztahem

$$a = \sqrt{\kappa RT}. \quad (9.3)$$

Koeficient κ je Poissonova konstanta rovna $\kappa = 1,4$ a R je univerzální plynová konstanta rovna $R = 287,05287 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Pro parametry v nulové výšce MSA je rychlost zvuku rovna $a = 340,29 \text{ ms}^{-1}$. Machova čísla pro jednotlivé režimy letu jsou uvedeny v tabulce 9.2.

Okrajové podmínky částí modelu jsou následující:

- Rovina (plocha) symetrie byla nastavena jako **symmetry**.
- Povrch polokoule byl nastaven jako **pressure Far-Field**. Parametry média byly nastaveny jako konstantní dle nulové hladiny MSA. Dále bylo nastaveno Machovo číslo dle příslušného letového režimu. Složky směru proudění jsou určeny z úhlu náběhu α následovně

$$v_x = v \cos \alpha \quad (9.4)$$

$$v_z = v \sin \alpha. \quad (9.5)$$

Tabulka 9.2: Potřebné součinitele vztlaku křídla a Machova čísla pro dané režimy letu.

Režim letu	Machovo číslo [-]	Součinitel vztlaku [-]
A	0,147	1,66
D	0,250	0,43
D ₀	0,250	0

- Povrch křídla byl nastaven jako **wall**. Toto nastavení je nutné pro výpočet sil na křídle a jejich použití pro FSI analýzu.

Nastavení řešiče je zobrazeno v tabulce 9.3.

Tabulka 9.3: Nastavení analýzy v programu Fluent

Solver	Type Time	Density-Based Steady
Models	Viscous Model	Spalart-Allmaras – Vorticity-Based
Solution method	Formulation Flow	Implicit Second Order Upwind

9.3 Výsledky řešení tuhého křídla

Pro dosažení potřebného součinitele vztlaku pro vybrané režimy letu bylo nutné nastavit vhodný úhel náběhu. Určení úhlu náběhu daného letového režimu bylo řešeno iteračně výpočty pro více úhlů náběhu.

Tabulka 9.4 zobrazuje úhly náběhu, při kterých bylo dosaženo potřebného C_L . Dále byly určeny hodnoty součinitele odporu C_D a klopivého momentu k náběžné hraně kořenového řezu.

Tabulka 9.4: Úhly náběhu, součinitele odporu, klopivého momentu a vztlaku pro dané režimy letu s pevným křídlem.

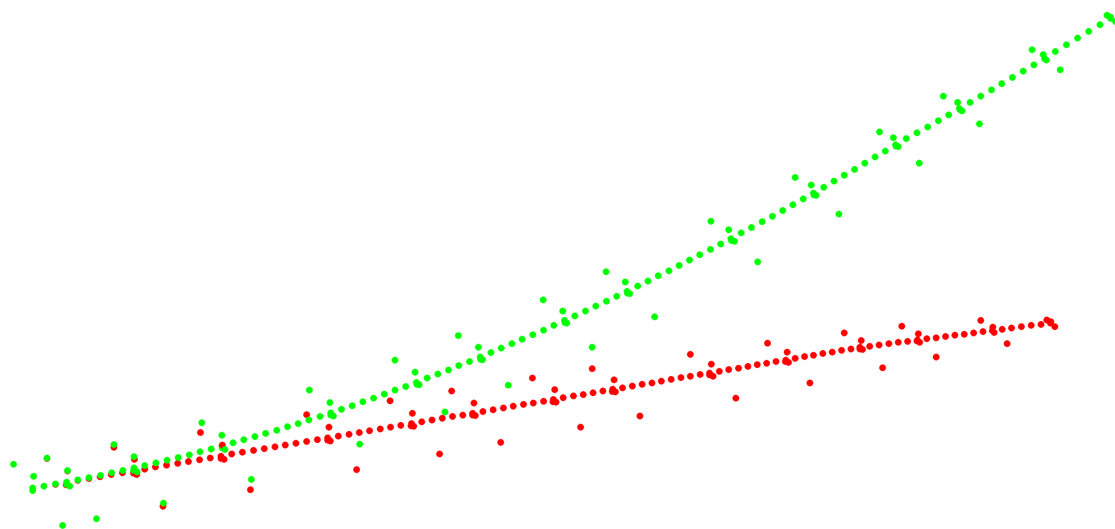
Režim letu	Úhel náběhu α [°]	Součinitel vztlaku C_L [-]	Součinitel odporu C_D [-]	Součinitel klopivého momentu $C_{m,NH}$ [-]
A	13,8	1,66	0,085	-0,70
D	-0,57	0,43	0,019	-0,26
D0	-4,6	0	0,021	-0,11

10 Řešení FSI analýzy

K výpočtu aerodynamické analýzy poddajného křídla kluzáku byly použity předchozí výpočty a nastavení pro tuhé křídlo. První silové rozložení pro FSI analýzu je vzato z výpočtu na tuhém křídle pro daný úhel náběhu a rychlost proudění.

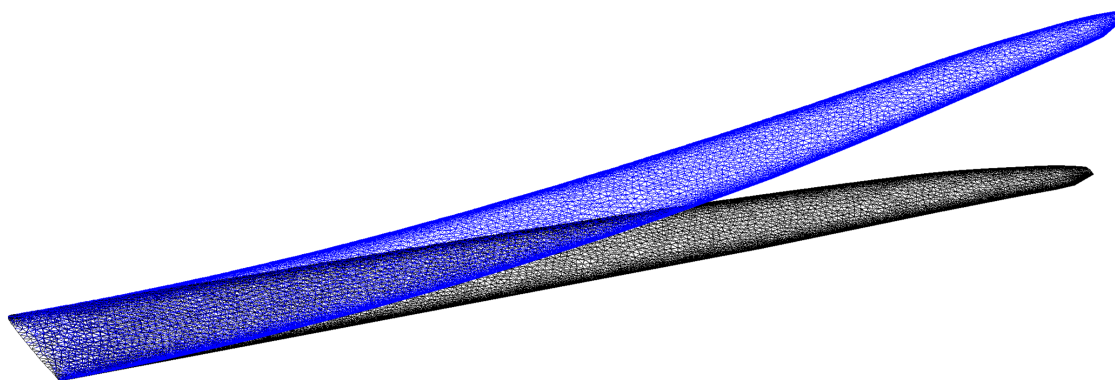
10.1 Deformace sítě

Pro výpočet deformované sítě pomocí programu RBF morph je nejprve nutné definovat vlastní tvary strukturního modelu křídla. Vlastní tvary jsou definovány pomocí souřadnic nedeformované sítě modelu a vlastního vektoru konstrukce. Data byla určena pomocí modální MKP analýzy v programu MSC Nastran, její řešení je uvedeno v kapitole 7. Důležitou podmínkou pro správnost výsledků je nutnost, aby vektor vlastních tvarů byl normalizován podle hmotnosti. Na obrázku 10.1 jsou zobrazeny importované body nedeformované konstrukce (červené body) a prvního vlastního tvaru konstrukce (zelené body).



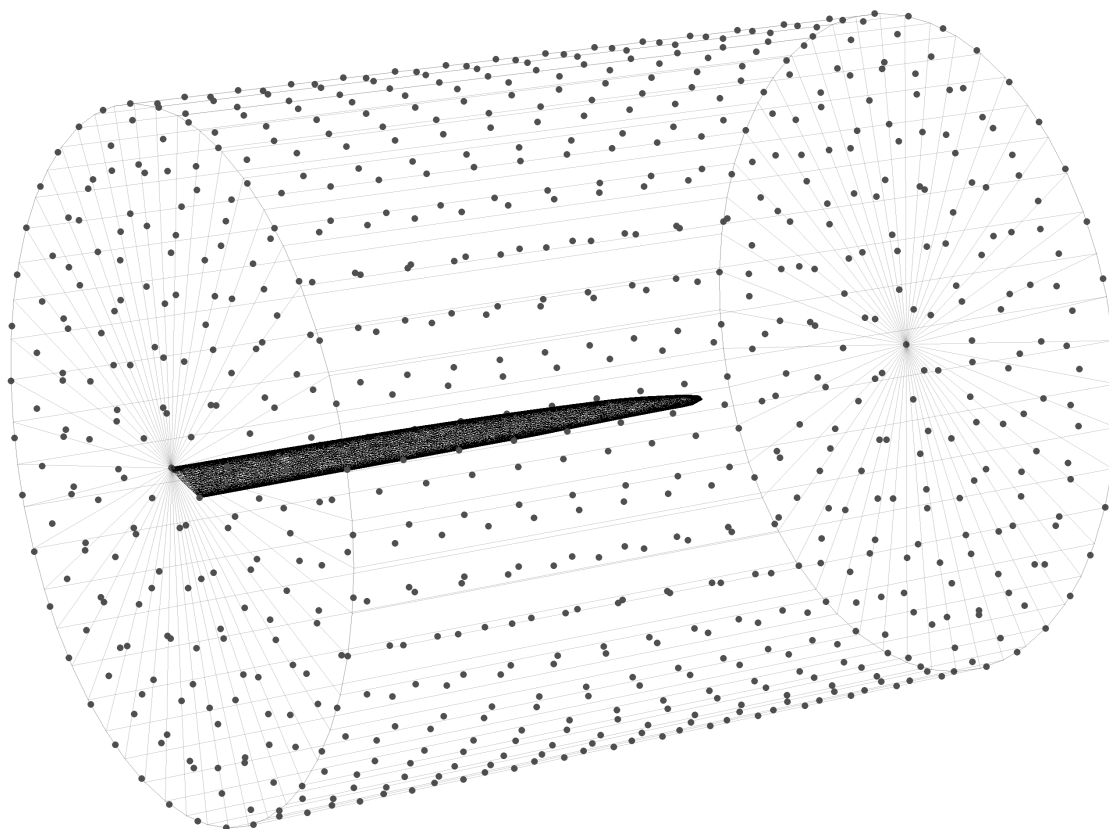
Obrázek 10.1: Importované body nedeformované sítě (zobrazeny červeně) a prvního vlastního tvaru (zobrazeny zeleně). Deformace konstrukce je zobrazena 10× větší pro názornější zobrazení.

Následně je provedeno mapování uzlů CFD sítě na povrchu křídla ke strukturnímu modelu. Dochází tak k určení nedeformovaného a deformovaného tvaru křídla pro jednotlivé módy zatížení. Na obrázku 10.2 je zobrazen deformovaný tvar povrchu křídla CFD sítě pro první vlastní tvar křídla. Při řešení deformace pomocí radiálních bazových funkcí je počítáno řešení pro každý bod CFD sítě. Nicméně deformace sítě ve větší vzdálenosti od povrchu křídla je zanedbatelná. Aby byla snížena náročnost na výpočetní výkon, je deformace sítě omezena na část v okolí křídla. Úsek sítě, u kterého je počítána deformace, je omezen válcem o průměru $R = 6$ m a délce $L = 15$ m. Úsek výpočtu deformace je zobrazen na obrázku 10.3. Dalším krokem je samotný výpočet RBF řešení pro jednotlivé vlastní tvary křídla. Řešení bylo provedeno pro prvních pět vlastních tvarů křídla. Vzhledem k vlastnostem modální superpozice není potřeba určovat řešení pro více vlastních tvarů. Další



Obrázek 10.2: První vlastní tvar povrchu křídla CFD sítě.

tvary s relativně vysokou vlastní frekvencí mají jen malý vliv na celkovou deformaci křídla.



Obrázek 10.3: Úsek výpočtu deformace CFD sítě pomocí RBF.

10.2 Vliv setrvačných sil

Křídlo při letu není zatíženo pouze aerodynamickými silami, ale také silami setrvačnými. Tyto síly nejsou z hlediska deformace křídla zanedbatelné. Složka deformace způsobená setrvačnými silami je složkou velikosti celkové deformace křídla a vzhledem k charakteru FSI analýzy tak má vliv na velikost zatížení aerodynamickými silami. Z tohoto důvodu musí být již od začátku zavedeny do FSI výpočtu. V RBF

morph jsou tyto účinky zaváděny pomocí konstantních modálních sil, které působí na konstrukci v každém iteračním kroku.

Je-li konstrukce zatížena pouze zrychlením, je možné rovnici 6.1 zjednodušit do tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(t). \quad (10.1)$$

Vektor zrychlení $\ddot{\mathbf{x}}$ je složen ze subvektorů o maximálním rozměru 6×1 . Každá submatice odpovídá příslušnému uzlu MKP modelu. První tři složky určují velikost translačního zrychlení v daných osách. Zbylé tři složky určují úhlové zrychlení. Délka vektoru tak odpovídá počtům stupňů volnosti soustavy. Vektor zrychlení má tak tvar

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \\ \vdots \end{pmatrix}. \quad (10.2)$$

Pro počítané případy je přítomna pouze složka zrychlení ve směru osy z ¹. Ostatní složky jsou rovny nule. Po zavedení násobku zatížení n , je zrychlení ve směru osy z rovno

$$a_z = ng. \quad (10.3)$$

Matice tuhosti nosníkového modelu \mathbf{M} byla získána z programu MSC Nastran. Užitím vztahu 10.1, kde byl vynásoben vektor zrychlení \mathbf{x} s maticí tuhosti nosníkového modelu, byl získán vektor vnějšího zatížení. Pro dané případy zatížení je tento vektor od setrvačných sil konstantní (není časově závislý).

Modální síly jsou určeny dle vztahu 6.12 násobkem vektoru vnějšího zatížení od setrvačných sil a vlastním vektorem daného módu. Takto byly určeny modální síly pro jednotlivé vlastní tvary. Vypočítané modální síly pro násobky zatížení n_1 a n_2 jsou uvedeny v tabulce 10.1.

Tabulka 10.1: Vypočítané modální síly pro násobky zatížení n_1 a n_2 .

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5
	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]
n_1	337	0	-201	162	22
n_2	-254	0	152	122	16

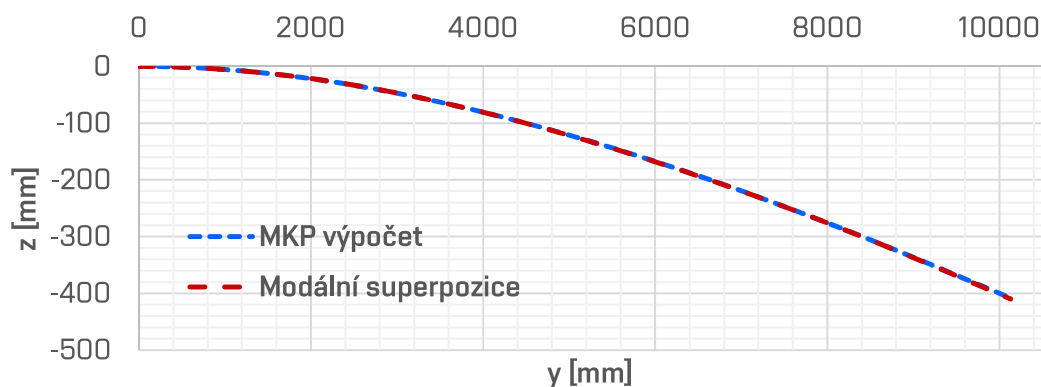
10.2.1 Ověření určených modálních sil

Pro ověření vypočítaných modálních sil byl použit výpočet v programu MCS Nastran. V MKP byla použita lineární statická analýza SOL 101. Byl použit stejný model jako v případě modální analýzy. Na konstrukci bylo aplikováno setrvačné zatížení odpovídající násobku n_1 . Analýzou byla určena velikost průhybu a zkroucení nosníku.

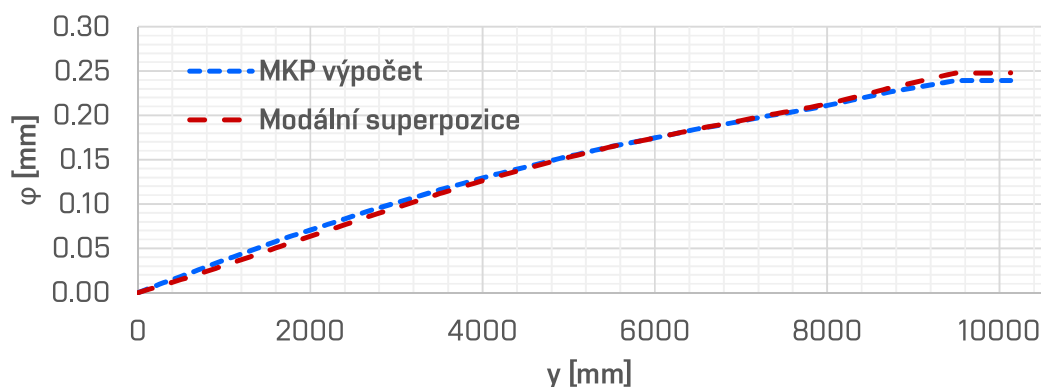
¹Bylo zanedbáno rozložení zrychlení do složek ve směru os x a z vlivem úhlu náběhu křídla.

Následně byly vypočítány deformace nosníku pomocí modální superpozice. Velikost deformace je dána dle vztahu 6.17 sumou násobků vlastních tvarů a příslušných modálních souřadnic. Modální souřadnice q_i je dána podílem modální síly a vlastního čísla. Modální síly jsou uvedeny v tabulce 10.1 a vlastní čísla lze nalézt v tabulce 7.2.

Bylo provedeno porovnání velikosti deformací nosníkového modelu zatíženého setrvačnými silami odpovídající násobku n_1 určených MKP analýzou a modální superpozicí. V tabulce 10.2 je uvedeno srovnání maximálních deformací. Maximální rozdíl průhybu nosníku určeného jednotlivými metodami je 1,73 mm, což je rozdíl 0,42 %. Co se týče krutové deformace, je tento maximální rozdíl roven 0,009 °, neboli 3,59 %. Celkové srovnání průběhu deformací je zobrazeno na obrázku 10.4 pro ohybovou a 10.5 pro krutovou deformaci. Z porovnání je patrné, že rozdíl mezi výsledky je relativně malý a lze tedy určené modální síly považovat za relativně přesné a vhodné pro použití v FSI analýze.



Obrázek 10.4: Průběh ohybové deformace vlivem zatížení setrvačnými silami. Rozdíly mezi průhyby určenými pomocí MKP a modální superpozice jsou malé. Výsledné křivky průběhů tak jsou tak téměř totožné.



Obrázek 10.5: Průběh krutové deformace vlivem zatížení setrvačnými silami. Rozdíly v krutové deformaci jsou výraznější než u ohybové.

Tabulka 10.2: Srovnání deformací pro různé metody výpočtu.

	MKP analýza	Modální superpozice	Rozdíl deformací	
Maximální průhyb	−408 mm	−410 mm	1,73 mm	0,42 %
Maximální zkroucení	0,239 °	0,248 °	0,0086 °	3,59 %

10.3 Nastavení FSI analýzy

Nastavení okrajových podmínek CFD výpočtu bylo použito identické s nastavením využitým při řešení tuhého křídla. V prvním kroku byl proveden výpočet na křídle bez deformace, výsledky slouží k určení prvotních modálních sil.

Pro FSI analýzu je zapotřebí zadefinovat následující parametry:

- Určení deformovaných tvarů sítě pro dané vlastní tvary křídla. Popis řešení těchto tvarů je popsán výše v kapitole 10.1.
- Ke každému vlastnímu tvaru je zapotřebí zadefinovat vlastní frekvenci. Tyto frekvence jsou uvedeny v tabulce 7.2. Jsou definovány vlastní frekvence uváděny v Hz.
- Pro výpočet s vlivem setrvačných sil jsou definovány konstantní modální síly. Pro každý režim letu jsou síly různé a odpovídají násobku zatížení. Pro režim letu D0 jsou tyto síly nulové, jelikož se jedná o režim letu s nulovým násobkem zatížení. Modální síly pro zbylé dva režimy jsou uvedeny v tabulce 6.12.
- Počet iterací CFD výpočtu mezi výpočtem modálních sil a aktualizací deformace sítě bylo nastaveno na 25 iterací ².

10.4 Výsledky řešení FSI analýzy

Z důvodu deformace křídla, úhly náběhu určené pro letové režimy při výpočtu ne-deformovaného křídla uvedené v tabulce 9.4, neodpovídají úhlům náběhu deformovaného křídla pro požadovaný součinitel vztlaku. Pro poddajné křídlo tak musely být určeny odpovídající úhly náběhu. Určené úhly náběhu³ pro požadované součinitele vztlaku C_L jsou uvedeny v tabulce 10.3. V tabulce jsou dále uvedeny hodnoty součinitelů odporu C_D a klopivého momentu k náběžné hraně kořenového řezu.

Z modálních sil určených při FSI analýze byly následně vypočítány deformace elastické osy křídla. Výpočet deformací byl proveden pomocí rovnice 6.17. Potřebné vlastní vektory byly určeny v kapitole 7.

²Počet iterací mezi aktualizacemi sítě ovlivňuje rychlost konvergence celého výpočtu. Počet 25 iterací není z počátku dostatečný pro konvergenci CFD výpočtu pro danou deformovanou síť. Nicméně z hlediska konvergence FSI výpočtu je rychlost konvergence vyšší než v případě použití většího počtu iterací mezi aktualizací deformace sítě.

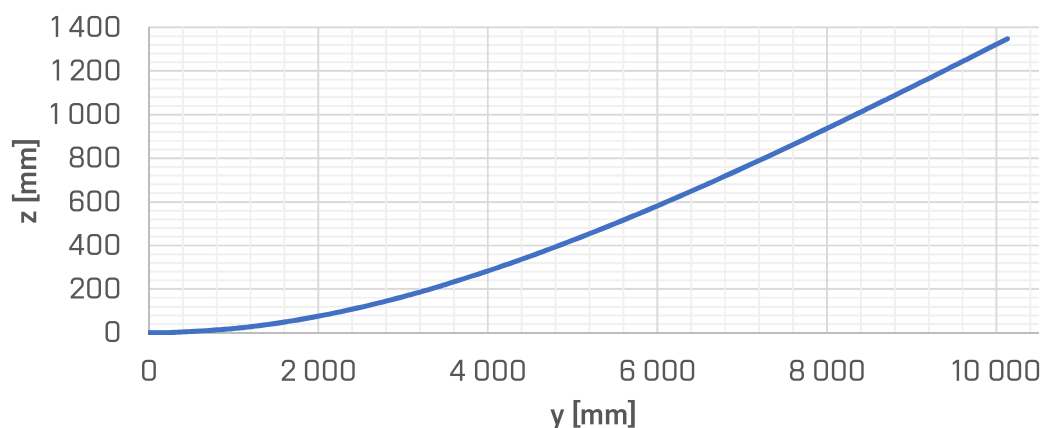
³Uváděny jsou hodnoty součinitele vztlaku vztažené k střední aerodynamické těživě křídla před deformací. Jedná se tak o úhel náběhu k těživě kořenového řezu křídla. Pro určení hodnot vztažených k střední aerodynamické těživě deformovaného křídla by musela být hodnota přepočítána ze znalosti torzní deformace daného případu.

Tabulka 10.3: Úhly náběhu, součinitele odporu, klopivého momentu a vztlaku pro dané režimy letu s poddajným křídlem.

Režim letu	Úhel náběhu α [°]	Součinitel vztlaku C_L [-]	Součinitel odporu C_D [-]	Součinitel klopivého momentu $C_{m,NH}$ [-]
A	13	1,66	0,085	-0,83
D	-0,28	0,43	0,019	-0,25
D0	-3,9	0	0,022	-0,11

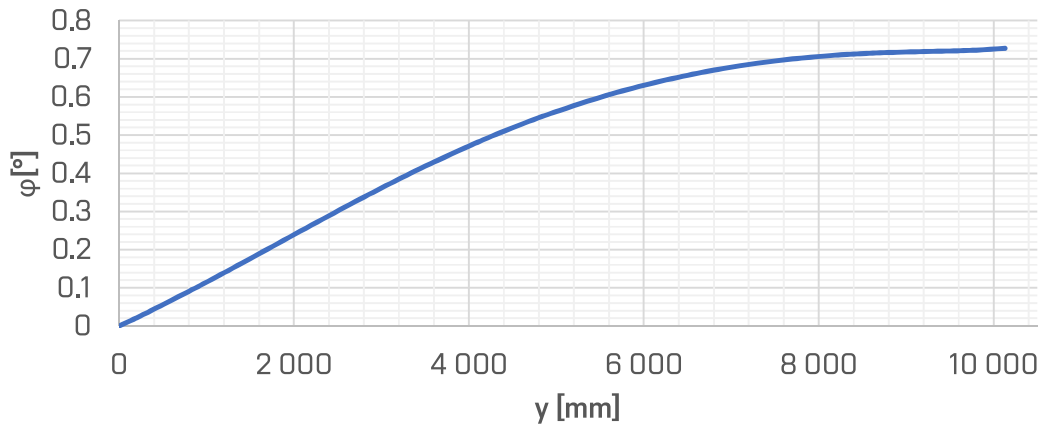
10.4.1 Deformace křídla v bodě A obálky

Průběh ohybové deformace pro režim letu v bodě A obálky je zobrazen na obrázku 10.6. Maximální deformace na konci křídla je 1 347 mm.

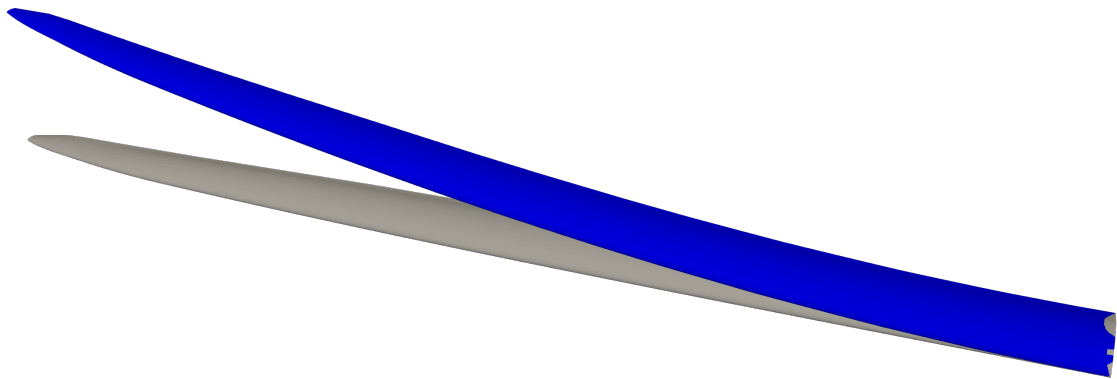


Obrázek 10.6: Průběh ohybové deformace křídla v režimu letu A.

Vzhledem ke kladnému krouticímu momentu k elastické ose při letovém režimu A vzniká na křídle kladná krutová deformace φ . Z průběhu krutové deformace na obrázku 10.7 je patrné, že velikost přírůstku deformace směrem ke konci křídla klesá. Maximální krutová deformace φ je na volném konci křídla. Její velikost je 0,73 °. Na obrázku 10.8 je zobrazeno deformované křídlo v režimu A a pro porovnání tuhé křídlo.



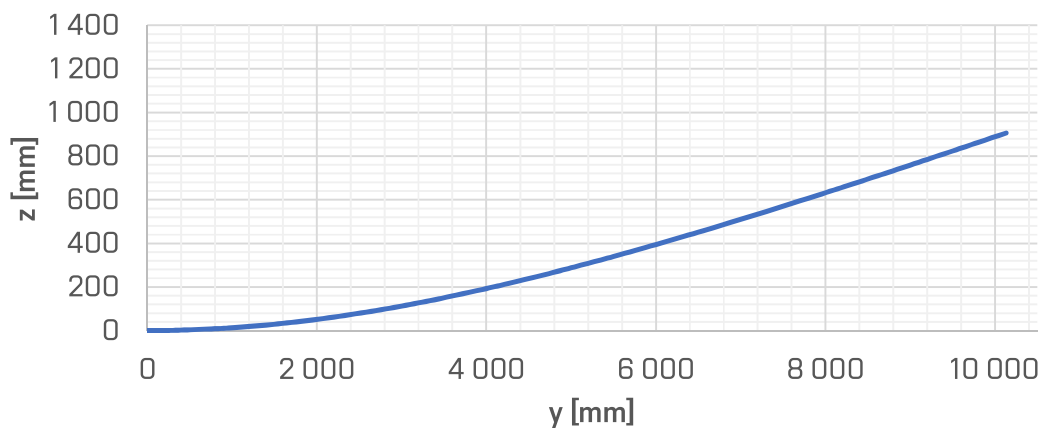
Obrázek 10.7: Průběh krutové deformace křídla v režimu letu A.



Obrázek 10.8: Deformované křídlo v režimu A. Deformované křídlo je zobrazeno modře.

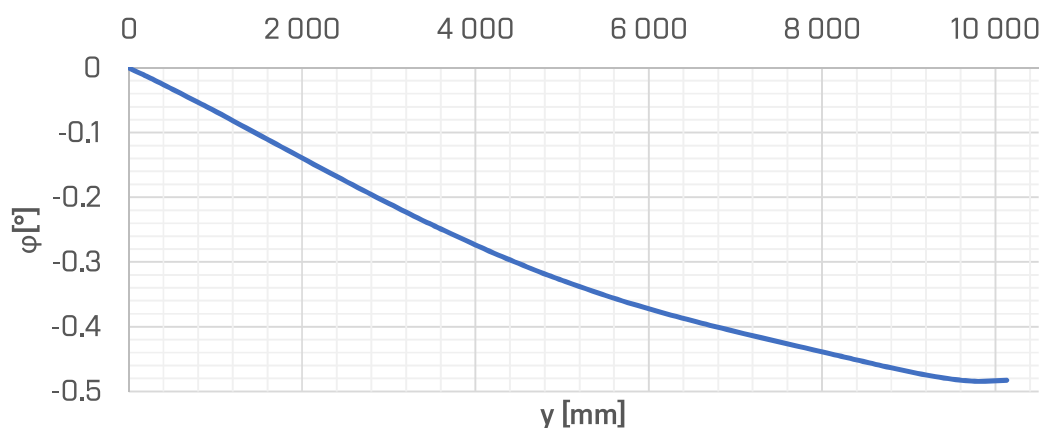
10.4.2 Deformace křídla v bodě D obálky

Průběh ohybové deformace pro režim letu v bodě D obálky je zobrazen na obrázku 10.9. Maximální deformace na konci křídla je 906 mm. Deformace v krutu je v tomto

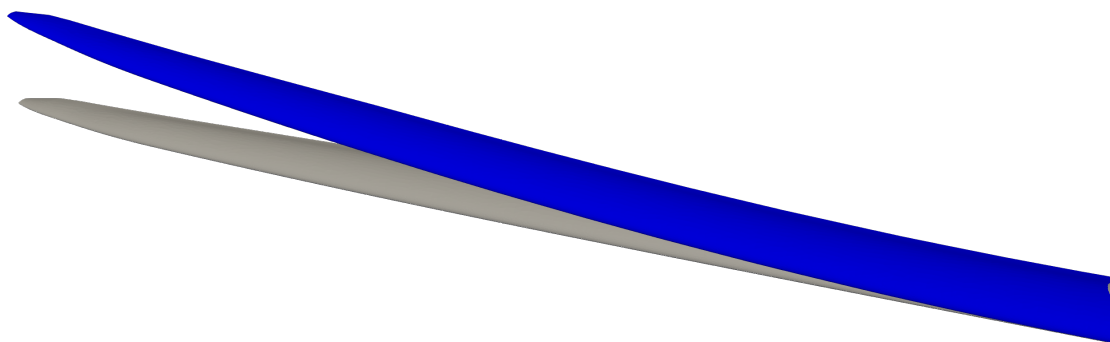


Obrázek 10.9: Průběh ohybové deformace křídla v režimu letu D.

případě záporná po celé délce rozpětí. Její průběh lze vidět na obrázku 10.10. Maximální velikost zkroucení je na konci křídla $-0,48^\circ$. Na obrázku 10.11 je zobrazeno deformované křídlo v režimu D a pro porovnání tuhé křídlo.



Obrázek 10.10: Průběh krutové deformace křídla v režimu letu D.

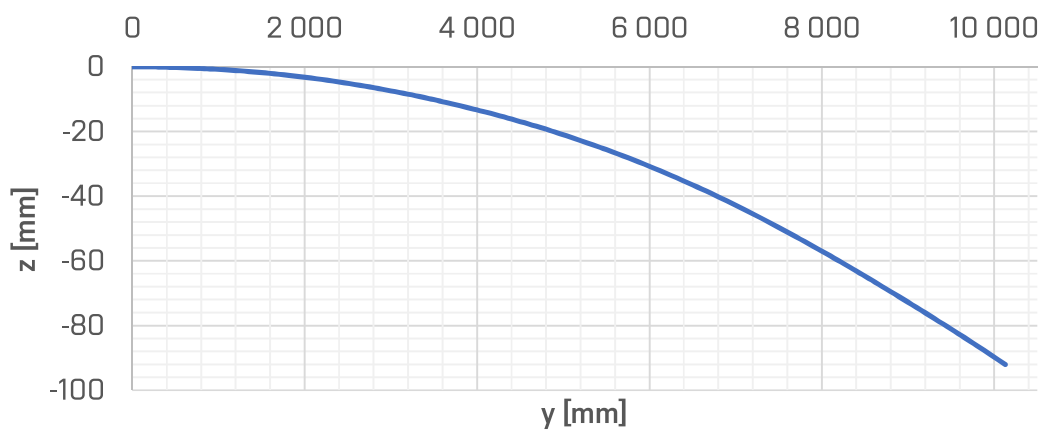


Obrázek 10.11: Deformované křídlo v režimu D. Deformované křídlo je zobrazeno modře.

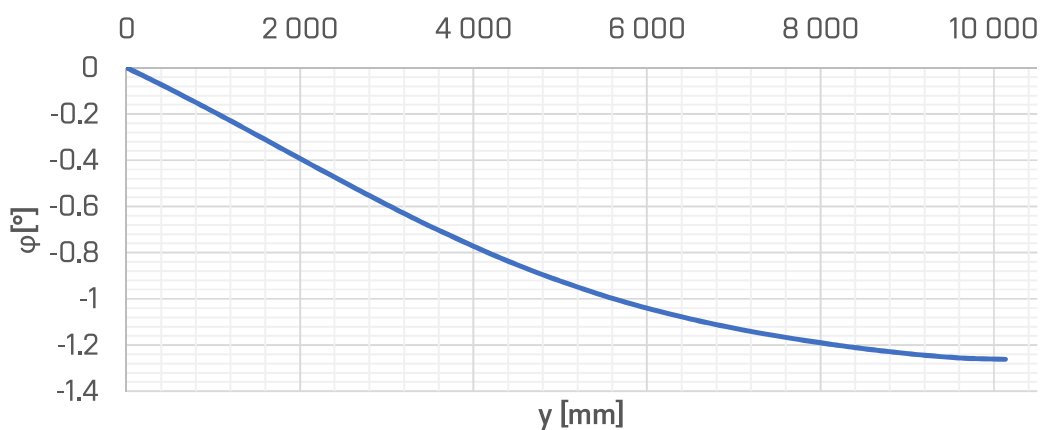
10.4.3 Deformace křídla v režimu D0

Průběh ohybové deformace pro režim letu v bodě D0 je zobrazen na obrázku 10.12. Ohybová deformace křídla je v tomto případě relativně malá. Maximální deformace na konci křídla je -92 mm.

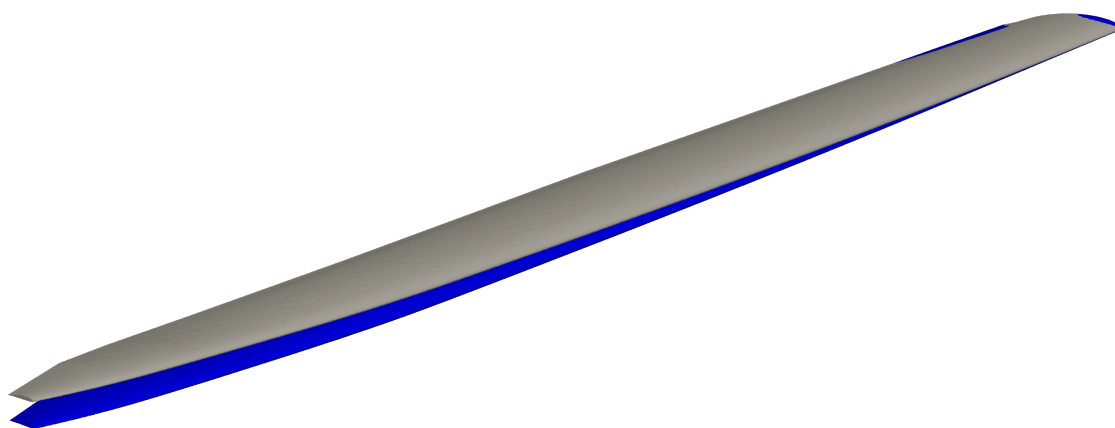
Krutová deformace, zobrazená na obrázku 10.13, je v režimu D0 po celé délce křídla záporná. Maximální krutová deformace φ je na volném konci křídla rovna $-1,26^\circ$. Na obrázku 10.14 je zobrazeno deformované křídlo v režimu D0 a pro porovnání křídlo bez deformace.



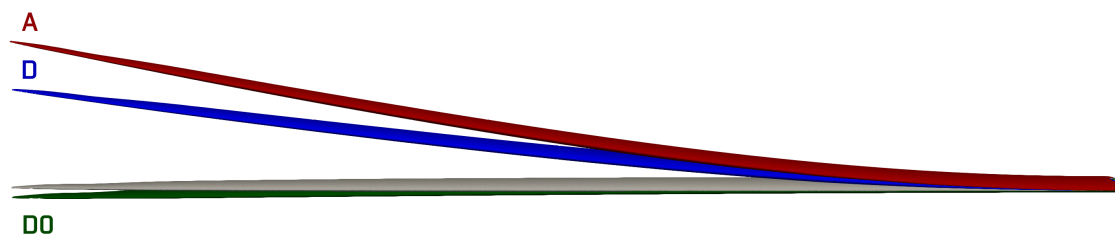
Obrázek 10.12: Průběh ohybové deformace křídla v režimu letu D0.



Obrázek 10.13: Průběh krutové deformace křídla v režimu letu D0.



Obrázek 10.14: Deformované křídlo v režimu D0. Deformované křídlo je zobrazeno modře. Průhyb je v tomto případě záporný.



Obrázek 10.15: Srovnání deformací křídla v jednotlivých režimech. Z obrázku je patrné, že maximální ohybové deformace je dosahováno v bodě A letové obálky.

11 Výpočet zatížení křídla

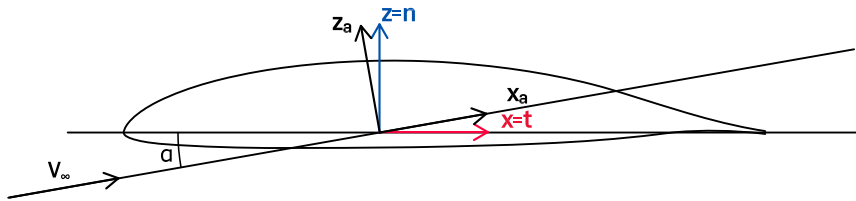
Křídlo kluzáku je za letu zatíženo aerodynamickými a setrvačnými silami. Výsledné zatížení křídla je dáno součtem aerodynamických a setrvačných sil. Byly počítány pouze symetrické letové případy. Nebyla tak určována změna rozložení aerodynamického zatížení vlivem výchylny křídélka ani přírůstek setrvačných sil od rotačního zrychlení při klonění. Výpočet byl proveden pro provozní zatížení.

11.1 Zatížení křídla od aerodynamických sil

Pro určení rozložení aerodynamických sil působících na křídlo byla síť povrchu křídla rozdělena na 28 úseků. Následně byly odečteny síly působící na jednotlivé úseky ve směrech os x , y a z .

11.1.1 Výpočet zatížení tuhého křídla

V případě nedeformovaného křídla složky sil v odečtených osách odpovídají souřadnicové soustavě křídla. Vzájemné polohy základní souřadnicové soustavy x, y, z (použitá v systému fluent), aerodynamické x_a, y_a, z_a a lokální souřadnicové soustavy řezů křídla n, t jsou zobrazeny na obrázku 11.1.



Obrázek 11.1: Vzájemné polohy souřadnicových soustav u tuhého křídla.

Síla ve směru osy x tak odpovídá tečné složce síly působící na křídlo a síla ve směru osy z odpovídá normálové složce síly působící na křídlo. Síla ve směru osy y působí v ose křídla a je v případě tuhého křídla zanedbatelná. Složky odporové a vztahové síly lze určit rozkladem tečné síly T a normálové síly N dle následujících vztahů

$$L = N \cos \alpha - T \sin \alpha \quad (11.1)$$

$$D = N \sin \alpha + T \cos \alpha. \quad (11.2)$$

Rozložení součinitele vztaku po rozpětí je určeno z rozložení vztahové síly vztahem

$$C_{L,n} = \frac{2L_n}{\rho v^2 S_n}, \quad (11.3)$$

kde L_n je vztah úseku křídla, v je rychlost daného letového režimu a S_n je plocha daného úseku. Analogicky lze určit rozložení součinitele odporu.

Posouvající sílu lze určit integrací spojitého q_z zatížení od volného konce křídla [21]

$$T_z = \int_{\frac{b}{2}}^0 q_z(z) dy. \quad (11.4)$$

Jsou-li však známy přímo velikosti sil na jednotlivé úseky v normálním směru (v tomto případě byly přímo odečteny v programu fluent), lze posouvající sílu určit sumací sil následovně

$$T_z = \sum_1^n \Delta F_z. \quad (11.5)$$

Ohybový moment je pak dán integrací posouvající síly od volného konce křídla [21, 22]

$$M_x = \int_{\frac{b}{2}}^0 T_z(z) dy. \quad (11.6)$$

Kroutící moment byl získán pro každý úsek křídla $\Delta M_{K,0}$. Byly určeny hodnoty momentu k počátečnímu bodu souřadnicové soustavy. Velikost momentu byla následně přepočítána k elastické ose křídla. Přepočet byl s využitím znalosti sil ve směru osy z , proveden následovně

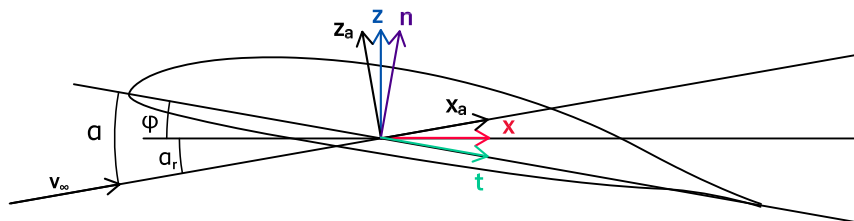
$$\Delta M_{k,EO} = \Delta M_{K,0} + \Delta F_z x_{EO}. \quad (11.7)$$

Rozložení kroutícího momentu po křídle k elastické ose lze získat sumací od volného konce křídla

$$M_{k,EO} = \sum_1^n \Delta M_{k,EO}. \quad (11.8)$$

11.1.2 Výpočet zatížení poddajného křídla

V případě deformovaného křídla již lokální souřadnicová soustava úseků křídla nesehlasí se souřadnicovou soustavou v CFD. Vzájemné polohy základní souřadnicové soustavy x, y, z (použitá v systému fluent), aerodynamické x_a, y_a, z_a a lokální souřadnicové soustavy řezů křídla n, t je zobrazen na obrázku 11.2.



Obrázek 11.2: Vzájemné polohy souřadnicových soustav u deformovaného křídla.

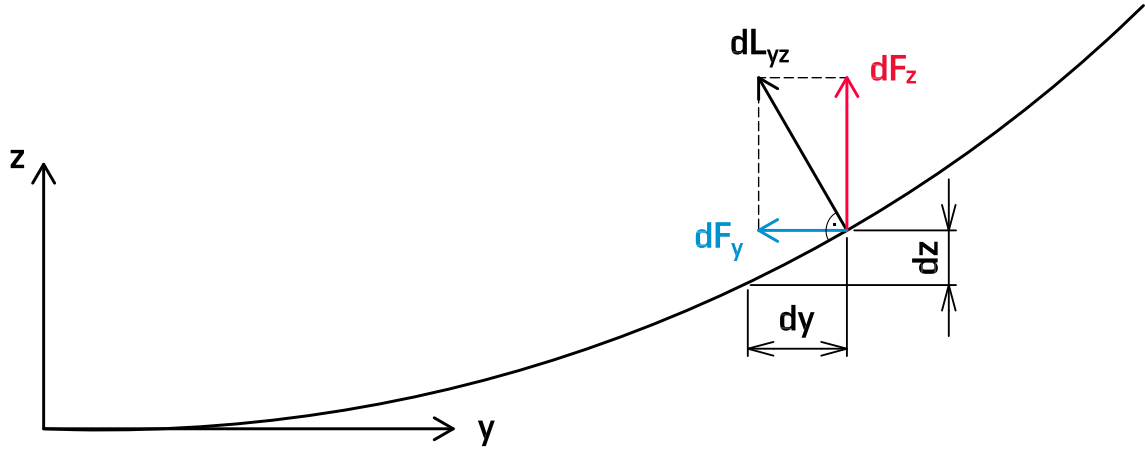
Vlivem zkroucení křídla φ je nutné provést přepočet sil ze směrů os x a z do normálového a tečného směru křídla. Nejprve bylo určeno průměrné zkroucení každého úseku křídla vycházející z FSI analýzy. Přepočet je pak dán následujícími rovnicemi

$$N = F_z \cos \varphi + F_x \sin \varphi \quad (11.9)$$

$$T = -F_z \sin \varphi + F_x \cos \varphi. \quad (11.10)$$

Aerodynamická síla působí vždy kolmo k povrchu křídla. Vlivem ohybové deformace křídla již síla ve směru osy y není zanedbatelná. Tato síla způsobuje přírůstek ohybového namáhání křídla. Rozklad sil působících na prohnuté křídlo v rovině yz je zobrazen na obrázku 11.3. Posouvající síla a ohybový moment od normálové síly N lze určit stejně jako u tuhého křídla rovnicemi 11.5 a 11.6. Velikost složky ohybového momentu od síly ve směru osy y lze určit analogicky. Rozložení posouvající síly ve směru osy y je dán vztahem

$$T_y = \sum_1^n \Delta F_y. \quad (11.11)$$



Obrázek 11.3: Výsledná aerodynamická síla v rovině yz působící na úsek křídla lze vlivem deformace rozložit na dvě silové složky. Každá tato složka působí ohybový moment na jiném rameni.

Ohybový moment od síly F_y je pak při znalosti průběhu deformace křídla následovný

$$M_x = \int_{W_{max}}^0 T_y(z) dz, \quad (11.12)$$

kde W_{max} je maximální deformace ve směru osy z pro volný konec křídla. Celkový ohybový moment je pak dán sumou složek momentu od normálové síly N a síly F_y .

U ohybově deformovaného křídla síla ve směru osy x způsobuje přídatný krouticí moment. Krouticí momenty z CFD analýzy byly určeny pro počáteční bod souřadnicové soustavy. Tyto hodnoty tak obsahují složku momentu od síly F_x . Z tohoto důvodu byly momenty přepočítány k bodu v rovině yz ve výšce jednotlivých úseků $\Delta M_{k,0}$ následujícím vztahem

$$\Delta M_{k,0} = \Delta M_{k,00} - \Delta F_x z, \quad (11.13)$$

kde z je poloha řezu ve směru osy z a $\Delta M_{k,00}$ je moment počátku souřadnicové soustavy. Následně lze určit krouticí moment úseku od síly F_z z rovnice pro nedeformované křídlo 11.7 a jeho průběh je dán vztahem 11.8. Průběh krouticího momentu od síly F_x je dán vztahem

$$M_{k,EO,F_x} = \int_{z_{max}}^0 F_x(z) dz. \quad (11.14)$$

Celkový krouticí moment k elastické ose křídla je sumou kroutících momentů od sil F_z a F_x .

11.2 Zatížení křídla od setrvačných sil

Rozložení hmoty na křídle bylo vzato z náhradního nosníkového modelu křídla popsaného v kapitole 7. Hmoty je tak na křídle reprezentována hmotnými body. Setrvačné síly jednotlivých hmotnostních bodů jsou určeny rovnicí

$$G_i = m_i g n, \quad (11.15)$$

kde m_i je hmotnost bodu. Přírůstky posouvajících sil od násobku zatížení jsou pak rovny setrvačným silám od hmotných bodů.

$$\Delta T_{zG} = G_i. \quad (11.16)$$

Ohybový moment je stejně jako u momentu od aerodynamických sil

$$M_{xG} = \int_{\frac{b}{2}}^0 T_{zG}(z) dy. \quad (11.17)$$

Jelikož poloha elastické a hmotnostní osy nejsou totožné, tak vlivem násobku zatížení dochází ke vzniku kroutícího momentu. Kroutící moment od setrvačných sil je pak dán vztahem

$$M_{k,EO,G} = \sum_1^n \Delta T_{zG} e_G, \quad (11.18)$$

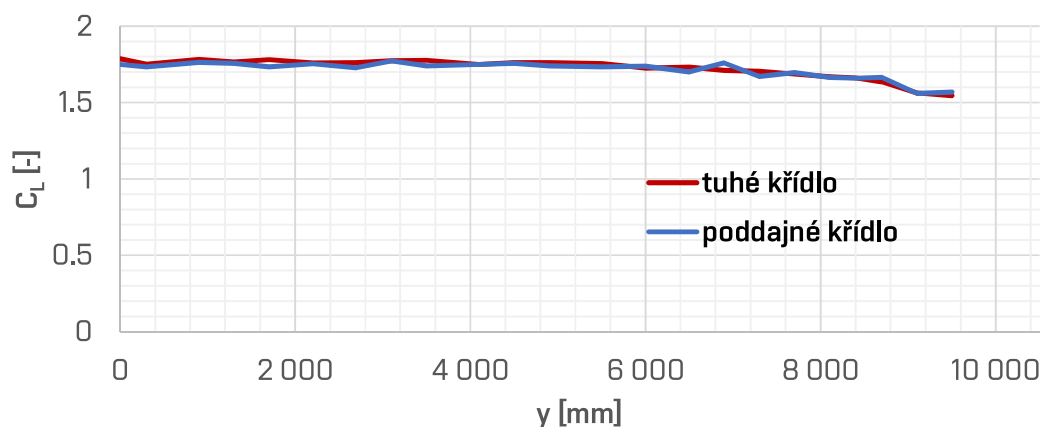
kde e_G je vzdálenost mezi hmotnostní a elastickou osou a n je v tomto případě počet hmotných bodů.

12 Srovnání výsledků analýzy tuhého a poddajného křídla

Pro každý analyzovaný režim letu byl proveden výpočet rozložení zatížení po rozpětí křídla pomocí postupu uvedeném v kapitole 11. Výpočty byly provedeny jak pro tuhé křídlo, tak i pro křídlo nedeformované.

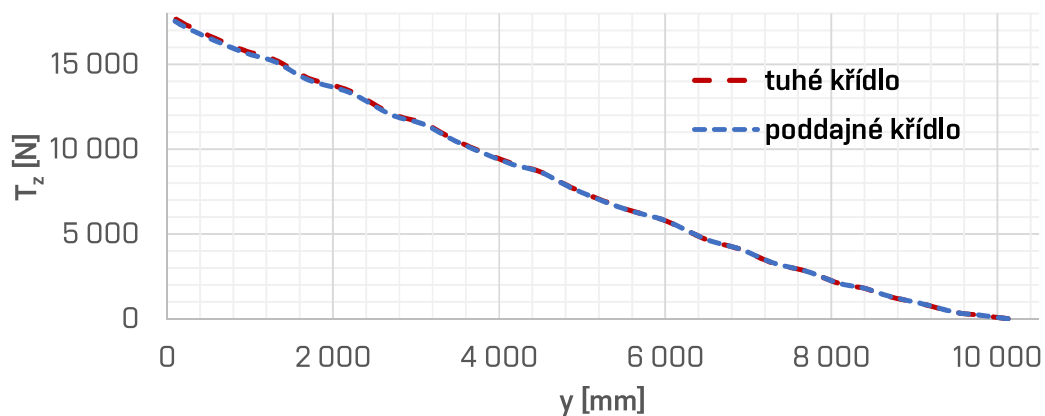
12.1 Zatížení křídla v režimu A

Během režimu v bodě A letové obálky dosahují hodnoty posouvající síly a ohybového momentu nejvyšší hodnoty. Srovnání průběhů posouvající síly a ohybového momentu je znázorněno v grafech 12.2 a 12.3. Rozdíly hodnot posouvajících sil je minimální. Maximální rozdíl je menší než 1,5 %. U ohybového momentu dochází vlivem deformace k nárůstu a to v řezech ve vzdálenosti 8 m od osy symetrie až na 4 %. K maximálnímu absolutnímu rozdílu ohybového momentu dochází v řezu vzdáleném 1,3 m od osy symetrie. Maximální rozdíl je 1 084 Nm, což představuje nárůst o 1,9 %. Tento nárůst je způsoben především kladným zkroucením konce křídla, jenž má za následek přerozdělení průběhu součinitele vztlaku. Jeho průběh pro tuhé a poddajné křídlo je zobrazen na obrázku 12.1.

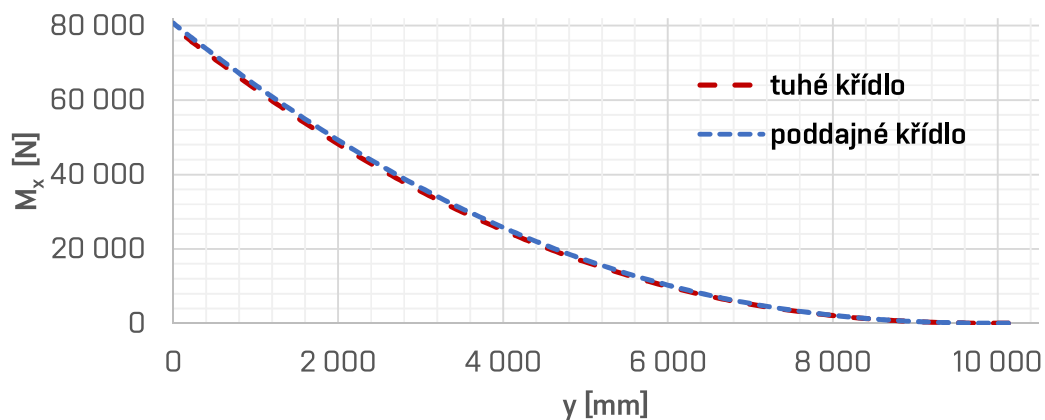


Obrázek 12.1: Průběh celkového součinitele vztlaku při režimu A.

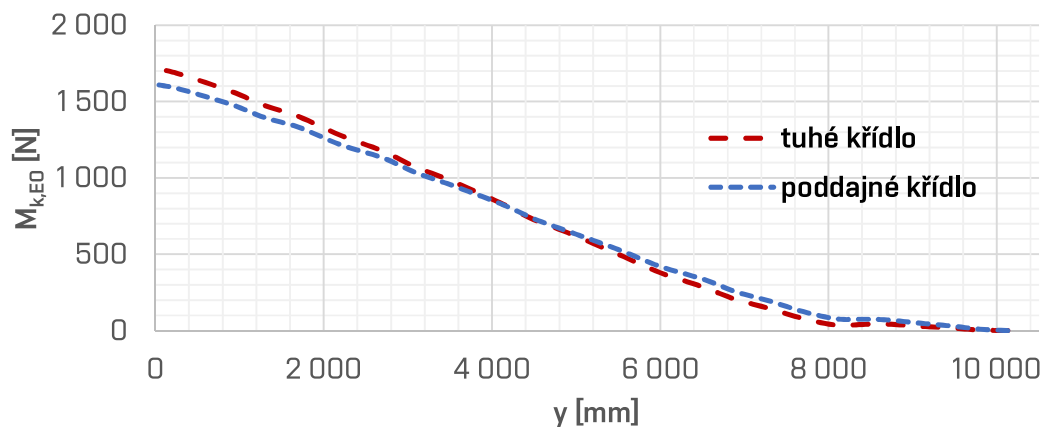
Průběhy kroutících momentů jsou zobrazeny na obrázku 12.4. U deformovaného křídla dochází k poklesu maximální hodnoty kroutícího momentu, ten je u deformovaného křídla o 6 % (105 Nm) nižší. Nicméně u deformovaného křídla je kroutící moment v místech blíže volnému konci křídla vyšší než u křídla tuhého. Z hlediska absolutní velikosti rozdílu je větší maximálně o 50 Nm. Procentuálně se ale jedná o nárůst až o více než 50 %.



Obrázek 12.2: Průběh posouvající síly při režimu A.



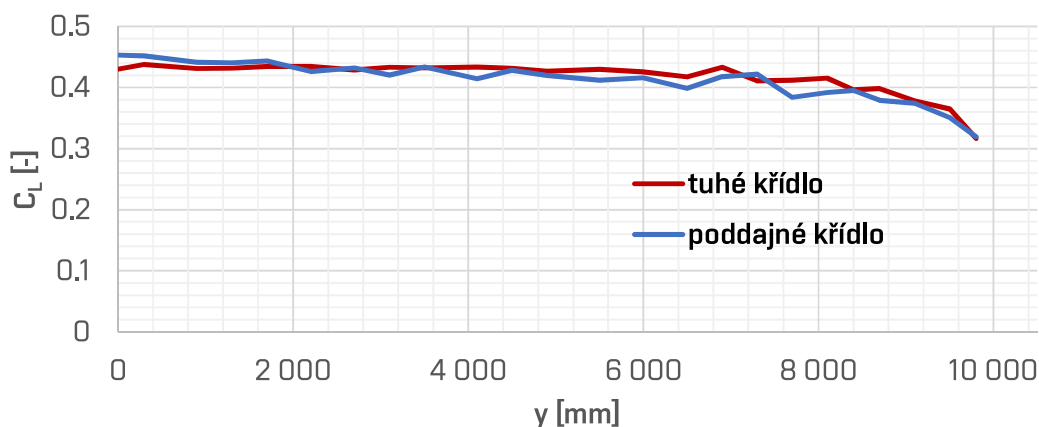
Obrázek 12.3: Průběh ohybového momentu při režimu A.



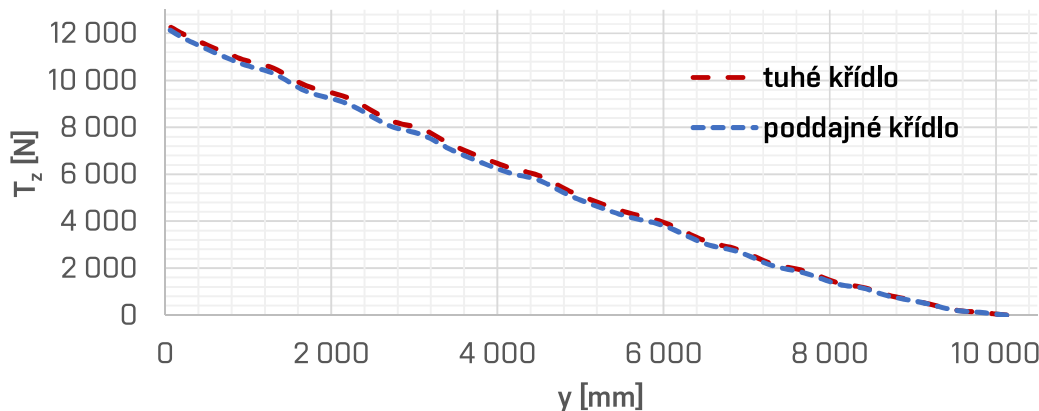
Obrázek 12.4: Průběh kroutícího momentu při režimu A.

12.2 Zatížení křídla v režimu D

Srovnání průběhů posouvající síly a ohybového momentu v bodě D jsou uvedeny v grafech 12.6 a 12.7. Rozložení součinitele vztlaku je zobrazeno na obrázku 12.5. Rozdíly ve velikosti posouvající síly jsou opět relativně nízké. Dá se říct, že vlivem deformace jsou hodnoty nižší. Maximální pokles je přibližně 4,5 %. Taktéž došlo k poklesu ohybového momentu. V kořeni křídla je tento pokles 1 059 Nm. Na většině rozpětí křídla došlo k poklesu krouticího momentu o 2 %.

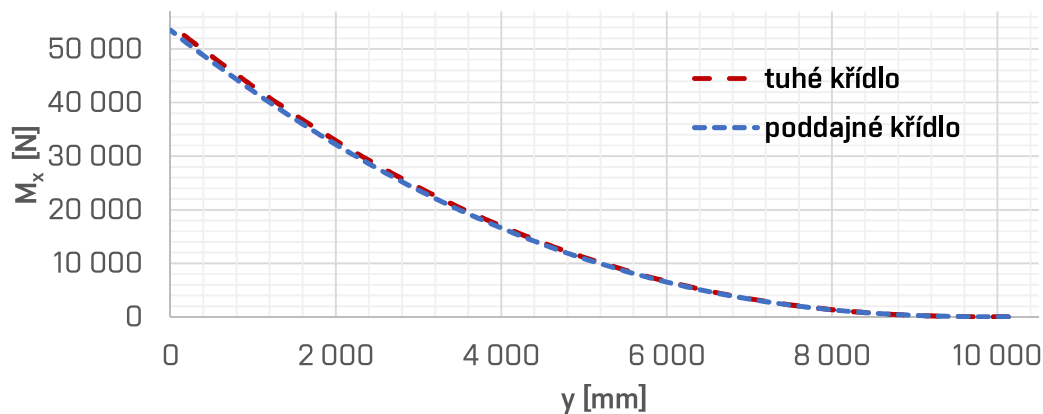


Obrázek 12.5: Průběh celkového součinitele vztlaku při režimu D.

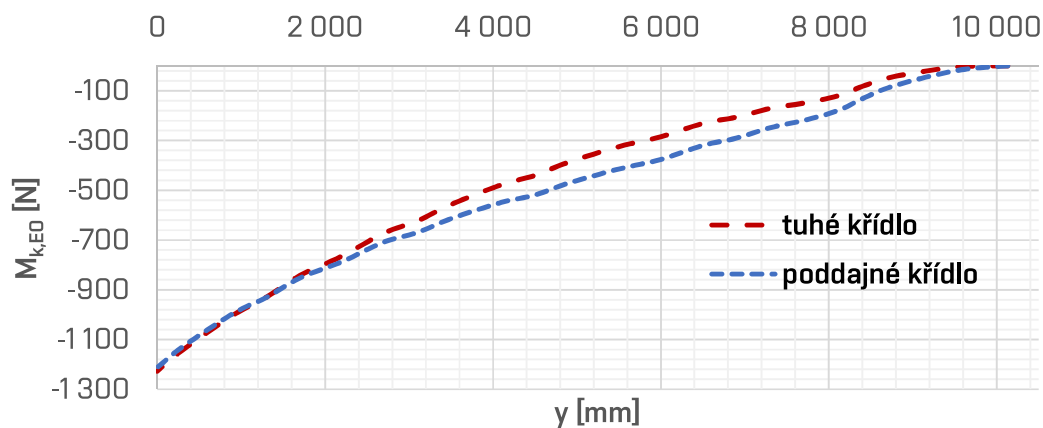


Obrázek 12.6: Průběh posouvající síly při režimu D.

Průběhy kroutících momentů jsou zobrazeny na obrázku 12.8. Vlivem deformace dochází k nárůstu záporného krouticího momentu téměř po celém rozpětí křídla. K největšímu nárůstu dochází v řezu 6 m od osy symetrie křídla, a to o 91 Nm, což činí 32% změnu.



Obrázek 12.7: Průběh ohybového momentu při režimu D.

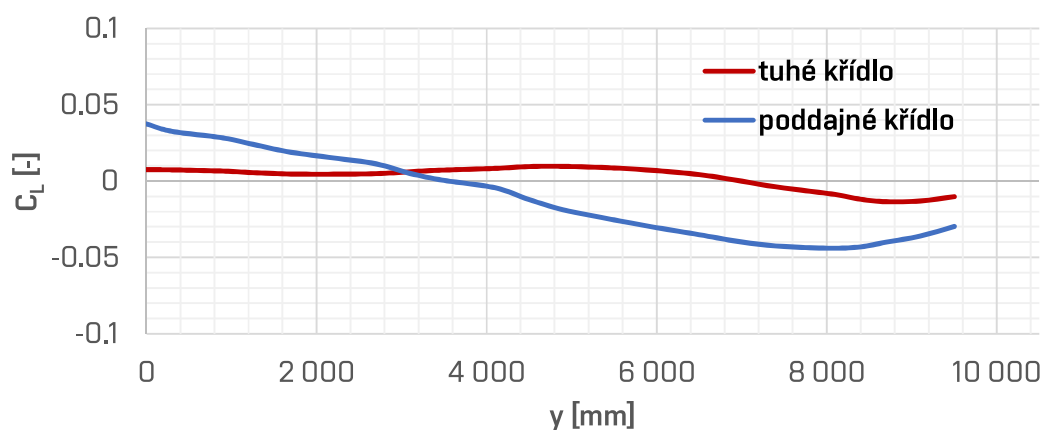


Obrázek 12.8: Průběh kroutícího momentu při režimu D.

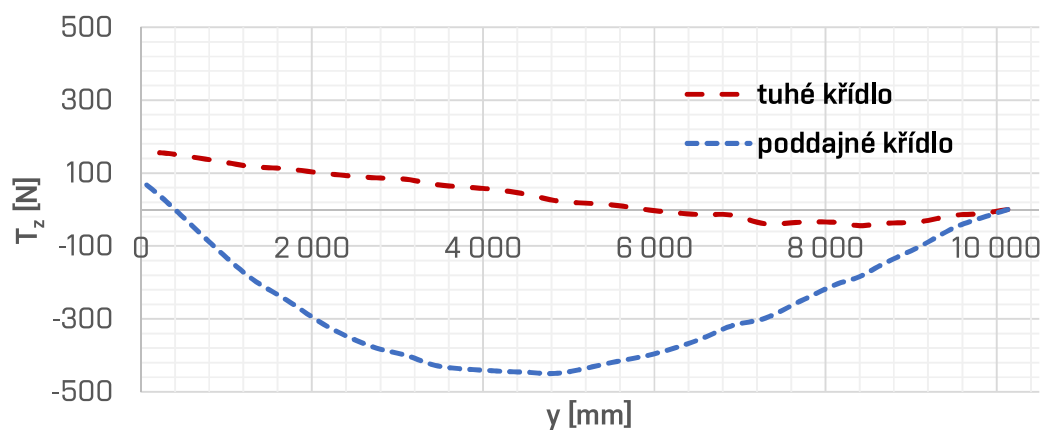
12.3 Zatížení křídla v režimu D0

Srovnání průběhů posouvající síly a ohybového momentu v bodě D0 jsou uvedeny v grafech 12.10 a 12.11. V tomto režimu jsou průběhy posouvající síly pro tuhé a poddajné křídlo zcela odlišné. Vlivem deformace křídla dochází ke změně smyslu posouvající síly a ohybového momentu na větší části křídla. Oproti zatížení působících při ostatních letových režimech jsou tyto velikosti momentů a posouvajících sil pro pevnostní návrh nepodstatné. Rozložení součinitele vztlaku pro tuhé a poddajné křídlo je zobrazen na obrázku 12.9.

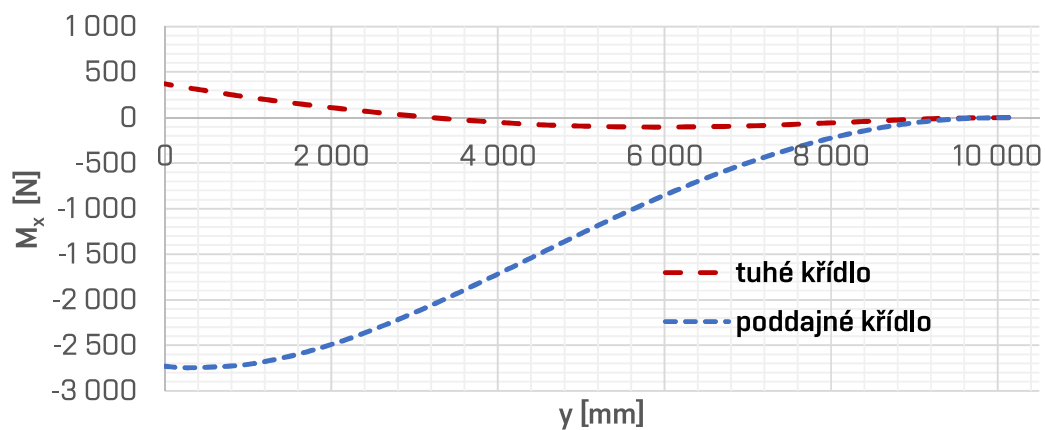
Průběhy kroutících momentů jsou zobrazeny na obrázku 12.8. Z analyzovaných režimů se jedná o režim s nejvyšší velikostí kroutícího momentu. U deformovaného křídla je kroutící moment vyšší než u tuhého křídla. Největší nárůst momentu po rozpětí je 6 %.



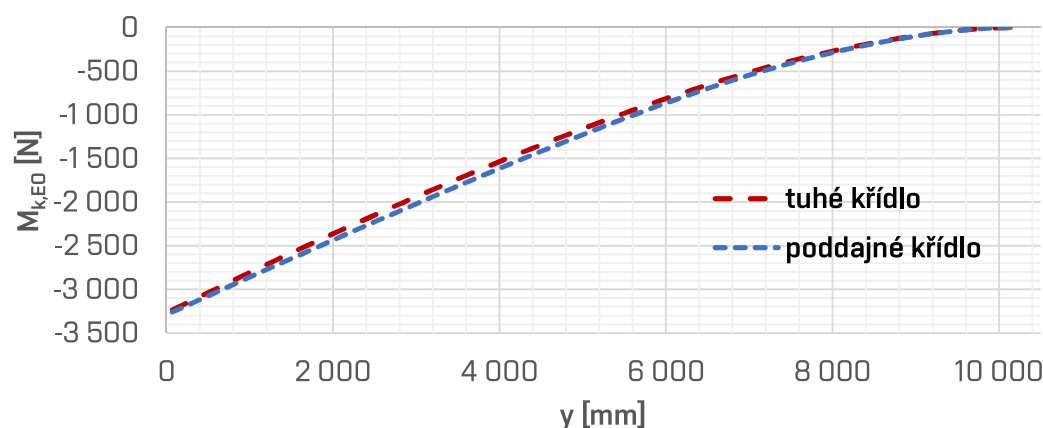
Obrázek 12.9: Průběh celkového součinitele vztlaku při režimu D0.



Obrázek 12.10: Průběh posouvající síly při režimu D0.



Obrázek 12.11: Průběh ohybového momentu při režimu D0.



Obrázek 12.12: Průběh kroutícího momentu při režimu D0.

12.4 Zhodnocení vlivu poddajnosti křídla

Z výsledků pro jednotlivé režimy je patrné, že v některých případech má deformace křídla nezanedbatelný vliv na rozložení zatížení na křídle. Velký vliv má krutová deformace a především její orientace. Při kladném zkroucení křídla dochází k nárůstu ohybového momentu v kořeni křídla. Vliv složek přídatného ohybového a kroutícího momentu od ohybu křídla je relativně malý. Tabulka 12.1 ukazuje srovnání změn ohybových a kroutících momentů vlivem deformace křídla pro analyzované režimy¹.

Tabulka 12.1: Srovnání změn momentů vlivem poddajnosti křídla pro analyzované režimy.

		A	D	D0
Ohybový moment v kořeni tuhého křídla	[Nm]	79 699	54 587	370
Přírůstek ohybového momentu v kořeni křídla	[Nm]	981	-1 059	-3 101
Přírůstek ohybového momentu v kořeni křídla	[%]	1,2	-1,9	837
Maximální procentuální nárůst ohybového momentu	[%]	3,9	-2,2	-
Kroutící moment v kořeni tuhého křídla	[Nm]	1 718	-1 227	-3 270
Přírůstek kroutícího momentu v kořeni křídla	[Nm]	-105	14	-20
Přírůstek kroutícího momentu v kořeni křídla	[%]	-6,1	1,1	0,6
Maximální procentuální nárůst kroutícího momentu	[%]	33,8	-45	6,4

Pro dosažení součinitelů vztlaku potřebných pro dané letové režimy, je nutné pro poddajné křídlo nastavit rozdílný úhel náběhu než pro křídlo tuhé. Toto je jednou z příčin změny aerodynamických charakteristik křídla. V případě celého kluzáku by tato změna byla ještě vyšší. Při požadavku na maximální výkonnost kluzáku není vhodné vliv poddajnosti zanedbávat.

¹U maximálního procentuálního nárůstu ohybového a kroutícího momentu je vybrána hodnota, která vyjadřuje maximální odchylku (kladnou nebo zápornou) od momentu na tuhém křídle. V potaz jsou brány pouze hodnoty do tří čtvrtin polorozpětí. Jsou tak vyloučeny procentuální hodnoty, které jsou zkreslené nízkou velikostí na konci křídla.

13 Kontrola FSI analýzy analytickým způsobem

Pro verifikaci FSI analýzy byl proveden analytický výpočet deformací křídla pro první iteraci FSI analýzy. Aerodynamické síly působící na křídlo během první iterace byly získány z CFD řešení. Během první iterace FSI řešení není ještě síť deformována¹. Nicméně deformace pro další krok lze určit modální superpozicí z modálních sil určených pomocí RBF Morph. Tyto deformace byly následně porovnány s analytickým řešením deformací.

Verifikace byla řešena pro nastavení FSI analýzy v režimu A letové obálky.

13.1 Analytické řešení průhybu

Pro analytické řešení ohybové deformace křídla byla použita teorie ohybové čáry [23]. V této teorii se předpokládá, že příčné průřezy zůstávají rovinnými a kolmými k ohybové čáře. Délkové přetvoření dx prvku Ω v rovině kolmé na neutrální osu od níž má vzdálenost a , lze zapsat

$$\varepsilon = \frac{(r+a)d\gamma - rd\gamma}{rd\gamma} = \frac{a}{r}, \quad (13.1)$$

kde $d\gamma$ je úhel natočení průřezu kolem neutrální osy a r je poloměr oskulační kružnice ohybové čáry. Délkové přetvoření lze též zapsat

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (13.2)$$

kde napětí σ je dáno rovnicí

$$\sigma = -\frac{M_z}{J_z}y + \frac{M_y}{J_y}z. \quad (13.3)$$

Dosazením rovnice 13.3 do rovnice 13.2 získáme

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \left(-\frac{M_z}{J_z}y + \frac{M_y}{J_y}z \right). \quad (13.4)$$

Vztah 13.1 lze upravit na

$$\varepsilon = \frac{z}{r} \sqrt{1 + \left(\frac{M_z J_y}{M_y J_z} \right)^2}. \quad (13.5)$$

Dosazením napětí σ určeného z rovnice 13.3 do vztahu 13.2 a následným porovnáním s rovnicí 13.5 lze získat vztah

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{E} \sqrt{\left(\frac{M_y}{J_y} \right)^2 + \left(\frac{M_z}{J_z} \right)^2}. \quad (13.6)$$

V případě průhybu v jedné rovině lze tuto rovnici zjednodušit na

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EJ}. \quad (13.7)$$

¹Použitím první iterace FSI analýzy se omezují chyby při určení aerodynamických sil na deformovaném křídle.

Je-li průběh výrazu M/EJ po střednici konstantní, pak je i poloměr oskulační kružnice konstantní. Ohybovou čarou je tak část kružnice. Toto může nastat v případě, že je prizmatický prut zatížen konstantním ohybovým momentem. Případy, kdy je M/EJ konstantní, jsou málo časté a pro popsání průhybu křídla je část kružnice nedostatečná. Pro obecný případ je průhybová čára obecnou křivkou.

Křivost z analytické geometrie je dána vztahem

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{d^2 z}{d^2 x}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}, \quad (13.8)$$

neboli

$$\frac{1}{r} = \frac{W''}{(1 + W'^2)^{3/2}}. \quad (13.9)$$

Posun bodu střednice ve směru osy z je značen W .

Diferenciální rovnice průhybové čáry je pak dána dosazením křivosti $\frac{1}{r}$ ze vztahu 13.9 do rovnice 13.7. Výslednou rovnici průhybové čáry lze psát

$$\frac{W''}{(1 + W'^2)^{3/2}} = \frac{M}{EJ}. \quad (13.10)$$

Tato obyčejná diferenciální rovnice druhého řádu je analyticky řešitelná pouze pro elementární případy.

Pro případy malých deformací lze rovnici 13.10 zjednodušit do tvaru

$$W'' = \frac{M}{EJ}. \quad (13.11)$$

Deformace lze považovat za malé, je-li velikost druhé mocniny první derivace průhybu mnohem menší než jedna

$$W'^2 \ll 1. \quad (13.12)$$

Řešení diferenciální rovnice průhybu křídla 13.11 lze získat dvojitou přímou integrací. První integrací je získán úhel natočení střednice W' .

$$W' = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M}{EJ} dy + W'_0. \quad (13.13)$$

Následnou druhou přímou integrací je určena konečná deformace ve směru osy z .

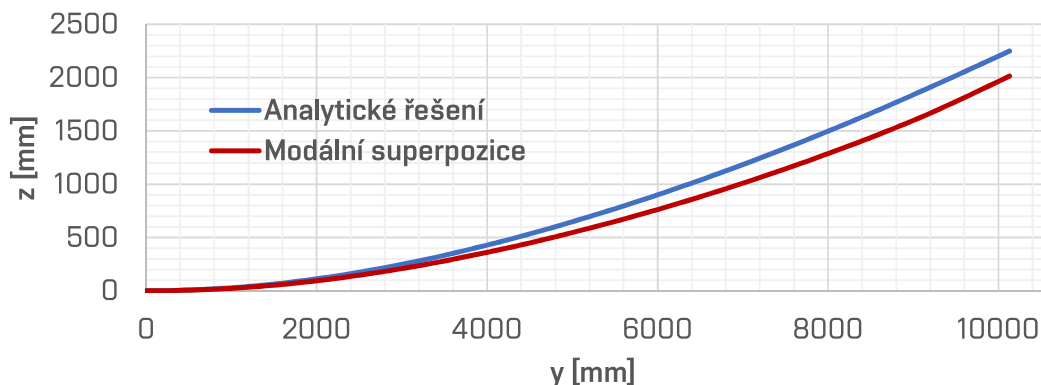
$$W = \int_0^{\frac{l}{2}} W' dy + W''_0. \quad (13.14)$$

Integrační konstanty jsou dány okrajovými podmínkami. Dané křídlo je počítáno jako vetknuté v místě kořene křídla. V místě vetknutí jsou velikosti průhybu a natočení nulové, okrajové podmínky tak jsou $W'_0 = 0, W_0 = 0$.

Průběh ohybového momentu M je určen pro daný průběh aerodynamických sil výpočtem pomocí vztahů 11.5 a 11.6. Průběh velikostí ohybových tuhostí po rozpětí EJ je uveden v tabulce 7.1. Tím je dán i průběh výrazu M/EJ .

Porovnání průběhů ohybové deformace křídla určeného modální superpozicí a výpočtem průhybové čáry je zobrazeno na obrázku 13.1. Velikosti průhybu určené řešením průhybové čáry jsou vyšší než deformace určené modální superpozicí. Rozdíl na volném konci křídla je 235 mm, což při daném průhybu značí 10% rozdíl. Tento

rozdíly může být způsoben jak chybami modální analýzy, tak i chybami řešení rovnice průhybové čáry. Přesnost výpočtu deformace je u modální analýzy silně závislá na kvalitě dynamického modelu křídla. Použití průhybové čáry je vhodné pro malé deformace viz podmínka 13.12. Řešený případ je vzhledem k této podmínce hraniční, zde již může docházet ke zkreslení výsledků.



Obrázek 13.1: Srovnání průběhu ohybové deformace určené modální analýzou a analytickým řešením.

13.2 Analytické řešení krutové deformace

Krutová deformace elastické osy náhradního nosníkového modelu byla řešena dle vztahu [23]

$$\vartheta = \frac{M_{k,EO}}{GJ_k}, \quad (13.15)$$

kde ϑ je poměrné zkroucení. Celkové zkroucení je pak dáno

$$\varphi = \vartheta l, \quad (13.16)$$

kde l je délka počítaného úseku. Tento vztah je platný pro prostý krut, kdy je předpokládáno zatěžování přímého prizmatického prutu.

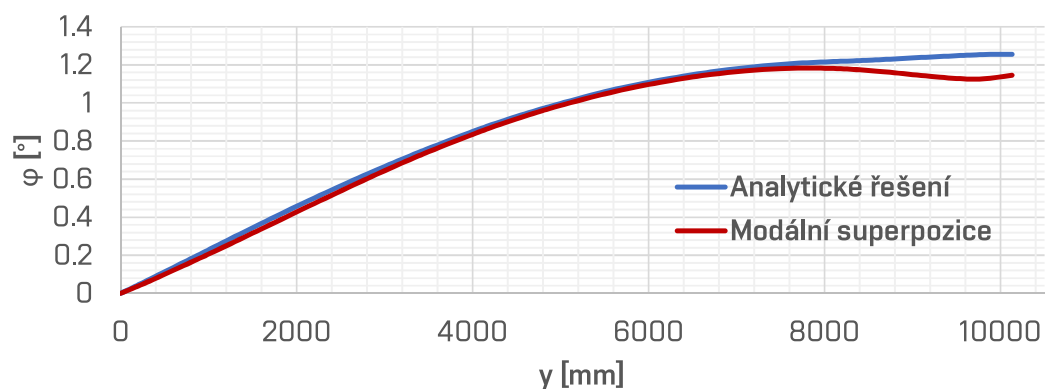
Náhradní nosníkový model byl počítán jako po částech prizmatický prut. Průběh krutové deformace byl získán následovně

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \vartheta_i \Delta l_i, \quad (13.17)$$

kde ϑ je poměrné zkroucení prizmatického úseku zatíženého konstantním kroutícím momentem $M_{k,EO}$ a Δl_i je délka daného úseku. Kroutící moment je pro daný úsek získán výpočtem dle vztahů 11.7 a 11.8 pro aerodynamické síly a složka momentu od setrvačných sil je určena dle 11.18.

Porovnání krutové a ohybové deformace křídla, určeného modální superpozicí a analytickým řešením, je zobrazeno na obrázku 13.2. Velikosti krutové deformace určené jednotlivými metodami jsou na větší části křídla téměř identické. Výjimku tvoří konec křídla, kde analytické řešení ukazuje vyšší hodnoty deformace, a to o 10 % (0,13 °). Chyby vznikají stejně jako při řešení průhybu u obou typů výpočtu. Vzhledem k tvaru zakončení křivky průběhu krutové deformace je chyba nejpravděpodobněji způsobena vlivem chyby modální superpozice, kdy vlastní tvary použitého

modelu nedokáže dokonale popsat průběh krutové deformace křídla. Další nepřesnost vzniká při analytickém řešení, které počítá s přímým prutem, nicméně nosník náhradního nosníkového modelu je zahnutý.



Obrázek 13.2: Srovnání průběhu zkroucení křídla určené modální analýzou a analytickým řešením.

14 Závěr

Cílem práce bylo provedení FSI analýzy poddajného křídla kluzáku a posouzení vlivu deformace na rozložení zatížení.

První část práce se zabývá stručnou charakteristikou a rozdělením aeroelastických jevů, do nichž spadá změna rozložení aerodynamického zatížení. Jsou popsány způsoby řešení FSI analýzy a je vybrána metoda využívající modální superpozici a radiální báze funkce.

V další části je provedena modální analýza moderního kompozitového kluzáku. Pro řešení modální analýzy v MKP byl vytvořen náhradní nosníkový model s dynamickými charakteristikami odpovídajícími analyzovanému křídlu kluzáku. Byly určeny vlastní tvary a vlastní frekvence křídla potřebné pro řešení FSI analýzy.

Je vytvořena letová obálka a jsou určeny významné letové režimy z hlediska zatížení křídla. Pro tyto režimy byla provedena aerodynamická analýza tuhého křídla a poddajného křídla kluzáku s využitím CFD výpočtů. Z těchto aerodynamických analýz bylo získáno rozložení aerodynamických sil. Z aerodynamického rozložení bylo vypočítáno rozložení zatížení křídla. Vlivem deformace křídla dochází ke změně působení a vlivu složek aerodynamických sil na rozložení zatížení. Výpočet zatížení poddajného křídla má tak svá specifika.

Dále bylo provedeno srovnání rozložení zatížení pro tuhé a poddajné křídlo. Velikost změny rozložení je silně závislá na velikosti ohybové a především torzní tuhosti. Změny v rozložení jsou patrné i pro kluzák s relativně tuhým křídlem. Dalším významně ovlivňujícím faktorem je poloha elastické osy, potažmo poloha hlavního nosníku kluzáku.

Na závěr byla provedena verifikace FSI analýzy pomocí analytického výpočtu. Využito bylo řešení průhybové čáry nosníku. Zde bylo dosaženo relativně malých rozdílů mezi hodnotami určenými analytickým výpočtem a FSI analýzou. K získání přesnějších výsledků by bylo zapotřebí použít kvalitnější dynamický model křídla s přesnějšími hodnotami tuhostí. Pro ověření modelu by bylo vhodné provést pozemní rezonanční zkoušku křídla. Přesnější model by mohl být využit pro optimalizaci výkonnosti a hmotnosti kluzáku s vlivem poddajnosti křídla.

Seznam použitých zdrojů

- [1] DANĚK, Vladimír. *Aeroelasticita*. Brno: Vysoké učení technické, 1987.
- [2] HODGES, Dewey H. a G. Alvin. PIERCE. *Introduction to structural dynamics and aeroelasticity*. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2011. Cambridge aerospace series, 15. ISBN 9780511997112.
- [3] THOMAS, Fred a Judah. MILGRAM. *Fundamentals of sailplane design*. 3rd ed. College Park, MD: College Park Press, 1999. ISBN 0966955307.
- [4] *Certification Specifications for Sailplanes and Powered Sailplanes CS-22*. In: European Aviation Safety Agency, 2009, ročník 2009, 2009/009/R. Dostupné také z: <https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/Consolidated%20version%20CS-22%20Amdt%202.pdf>
- [5] Groundbreaking sailplane soars at world championships. *Aopa* [online]. [cit. 2018-04-09]. Dostupné z: <https://www.aopa.org/news-and-media/all-news/2012/august/09/groundbreaking-sailplane-soars-at-world-championships>
- [6] WANG, Lin, Robin QUANT a Athanasios KOLIOS. Fluid structure interaction modelling of horizontal-axis wind turbine blades based on CFD and FEA. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics* [online]. Elsevier, 2016, **158**, 11-25 [cit. 2018-03-29]. DOI: 10.1016/j.jweia.2016.09.006. ISSN 0167-6105.
- [7] The Design of a Competition Sailplane. *Soaring Cafe* [online]. 2011, 18 January 2011 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <http://soaringcafe.com/2011/01/design-of-a-competition-sailplane/>
- [8] Aeroelasticity, composites and the Grumman X-29. *Aerospace Engineering Blog* [online]. 2017, 16 April 2017 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <http://aerospaceengineeringblog.com/aeroelasticity-composites-and-the-grumman-x-29/>
- [9] KESTI, Jari a Simon OLSSON. *Fluid structure interaction analysis on the aerodynamic performance of underbody panels*. Goteborg, 2014. Diplomová práce. Chalmers University of Technology.
- [10] POHANKA, Lukáš. *Vývoj nových typů okrajových podmínek pro interakci těles s tekutinami a jejich implementace do komerčních výpočtových systémů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 125 s. Školitel prof. Ing.Eduard Malenovský, DrSc.
- [11] *RBF Morph for FLUENT: Version 1.8 User-s Guide*. 2017.
- [12] ANDREJAŠIČ, Matej, David ERŽEN, E COSTA, Stefano PORZIANI, Marco BIANCOLINI a Corrado GROTH. *A mesh morphing based FSI method used in aeronautical optimalization application* [online]. June 2016 [cit. 2018-03-26]. DOI: 10.7712/100016.1908.7206. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/299981968>

- [13] JAKOBSSON, S. a O. AMOIGNON. Mesh deformation using radial basis functions for gradient-based aerodynamic shape optimization. *Computers and Fluids* [online]. Elsevier, 2007, **36**(6), 1119-1136 [cit. 2018-04-23]. DOI: 10.1016/j.compfluid.2006.11.002. ISSN 0045-7930. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793006001320>
- [14] GROTH, Corrado, E COSTA a Fabrizio LAGASCO. *A mesh morphing based technique to efficiently perform FSI analyses for aeroelastic design applications* [online]. In: . 2013, September 2013 [cit. 2018-05-23]. DOI: 10.13140/2.1.1642.4325.
- [15] *MSC Nastran 2017: Dynamic Analysis User's Guide*. 2016. Dostupné také z: https://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC11145&cat=MSC_NASTRAN_DOCUMENTATION_2017&actp=LIST
- [16] KELLY, S. GRAHAM. *Mechanical Vibrations: Theory and Applications*. Cengage Learning, 2012. ISBN 1439062145.
- [17] MORAND, Henri J.-P a Roger OHAYON. *Fluid structure interaction: applied numerical methods*. Chichester ; Paris: John Wiley, 1995, viii, 212 s. : il. ISBN 0-471-94459-9.
- [18] BALLMANN, Josef. *Flow modulation and fluid-structure interaction at air-plane wings*. Berlin: Springer, 2003, 398 s. ISBN 3540402098.
- [19] *MSC Nastran 2017: Linear Static Analysis User-s Guide*. 2016. Dostupné také z: https://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC11144&cat=MSC_NASTRAN_DOCUMENTATION_2017&actp=LIST
- [20] DANĚK, Vladimír. *Mechanika letu I: Letové výkony*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2009. ISBN 978-80-7204-659-1.
- [21] MERTL, Vlastimil. *Konstrukce a projektování letadel*. Brno: PC-DIR Real, 2000, 133 s. : il. ISBN 8021417897.
- [22] PÍŠTĚK, Antonín, Oldřich GRÉGR, Václav KAHÁNEK a Rudolf BÖHM. *Pevnost a životnost letadel*. Brno: VUT Brno, 1988, 266 s.
- [23] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK a Jan VRBKA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. 2.vyd. Brno: VUT, 1992. ISBN 80-214-0468-X.

Seznam použitých zkratek a symbolů

Symbol	Rozměr	Veličina
a	$[\text{ms}^{-1}]$	Rychlost zvuku
AR	$[1]$	Štíhlost
a_z	$[\text{ms}^{-2}]$	Translační zrychlení ve směru osy z
b	$[\text{m}]$	Rozpětí křídel
c_0	$[\text{m}]$	Délka kořenové tětiny
C_D	$[1]$	Součinitel odporu
c_k	$[\text{m}]$	Délka koncové tětiny
C_L	$[1]$	Součinitel vztlaku
$C_{L,max}$	$[1]$	Maximální součinitel vztlaku
$C_{L,max}^{-1}$	$[1]$	Maximální součinitel vztlaku na zádech
$C_{m,NH}$	$[1]$	Součinitel klopivého momentu k náběžné hraně
c_{sat}	$[\text{m}]$	Délka střední aerodynamické tětiny
D	$[\text{N}]$	Aerodynamický odpor
E	$[\text{MPa}]$	Modul pružnosti
e_G	$[\text{m}]$	Vzdálenost mezi hmotnostní a elastickou osou
f_i	$[\text{Hz}]$	Vlastní frekvence
F_x, F_y, F_z	$[\text{N}]$	Složky sil v osách x, y, z
g	$[\text{ms}^{-2}]$	Gravitační zrychlení
G	$[\text{MPa}]$	Modul pružnosti ve smyku
G_i	$[\text{N}]$	Setrvačná síla
I_y	$[\text{kgm}^2]$	Moment setrvačnosti k ose y
I_{yT}	$[\text{kgm}^2]$	Moment setrvačnosti k ose y v těžišti tělesa
J	$[\text{m}^4]$	Kvadratický moment průřezu
L	$[\text{N}]$	Vztlak
m	$[\text{kg}]$	Hmotnost
M	$[1]$	Machovo číslo
$M_{k,EO}$	$[\text{Nm}]$	Kroutící moment k elastické ose křídla
$M_{k,EO,G}$	$[\text{Mm}]$	Kroutící moment k elastické ose od násobku zatížení
M_x	$[\text{Nm}]$	Ohybový moment
M_{xG}	$[\text{Nm}]$	Ohybový moment od násobku zatížení
n	$[1]$	Násobek zatížení
N	$[\text{N}]$	Síla v normálním směru křídla
p_0	$[\text{Pa}]$	Tlak
Q_i	$[\text{N}]$	Modální síla
q_z	$[\text{Nm}^{-1}]$	Liniové zatížení
r	$[\text{m}]$	Poloměr oskulační kružnice
R	$[\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}]$	Univerzální plynová konstanta
S	$[\text{m}^2]$	Plocha křídla
T	$[\text{N}]$	Síla v tečném směru křídla
T_0	$[\text{K}]$	Teplota
T_z, T_z	$[\text{N}]$	Posouvající síla
T_{zG}	$[\text{N}]$	Posouvající síla od násobku zatížení
V_A	$[\text{ms}^{-1}]$	Obratová rychlost

Symbol	Rozměr	Veličina
V_D	$[\text{ms}^{-1}]$	Maximální návrhová rychlost
V_G	$[\text{ms}^{-1}]$	Obratová rychlost na zádech
V_{s1}	$[\text{ms}^{-1}]$	Pádová rychlost
V_{s1}^1	$[\text{ms}^{-1}]$	Pádová rychlost na zádech
v_x	$[\text{ms}^{-1}]$	Složka rychlosti ve směru osy x
v_z	$[\text{ms}^{-1}]$	Složka rychlosti ve směru osy y
W	$[\text{m}]$	Deformace ve směru osy z
W_{max}	$[\text{m}]$	Maximální ohybová deformace
x_{EO}	$[\text{m}]$	Poloha těžištní osy
α	$[\text{rad}]$	Úhel náběhu
α_r	$[\text{rad}]$	Úhel náběhu nedeformovaného křídla
$d\gamma$	$[\text{rad}]$	Úhel natočení průřezu kolem neutrální osy
ε	$[1]$	Délkové přetvoření
ζ	$[1]$	Tlumicí faktor
η	$[1]$	Zúžení
ϑ	$[\text{radm}^{-1}]$	Poměrné zkroucení
κ	$[1]$	Poissonova konstanta
λ	$[1]$	Vlastní číslo
μ_0	$[\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}]$	Dynamická viskozita
ν_0	$[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$	Kinematická viskozita
ρ	$[\text{kgm}^{-3}]$	Hustota vzduchu
σ	$[\text{MPa}]$	Normálové napětí
φ	$[\text{rad}]$	Zkroucení křídla
ω_n	$[\text{rads}^{-1}]$	Vlastní kruhová frekvence
\mathbf{C}	–	Matice tlumení
$\mathbf{F}(t)$	–	Vektor vnějšího zatížení
$h(\mathbf{x})$	–	Interpolační polynom
\mathbf{K}	–	Matice tuhosti
\mathbf{M}	–	Hmotnostní matice
\mathbf{q}	–	Vektor modálních souřadnic
s	–	Interpolační funkce
\mathbf{x}	–	Vektor posunutí
\mathbf{X}	–	Vlastní vektor
$\boldsymbol{\beta}$	–	Vektor koeficientů polynomu $h(\mathbf{x})$
γ_i	–	Koeficienty polynomu
$\phi(r)$	–	Radiální báze funkce

Zkratka	Význam
CFD	computational fluid dynamics
FSI	fluid structure interaction
MKP	metoda konečných prvků
MPC	multiple-Point constraint
MSA	mezinárodní standardní atmosféra
RBF	radiální báze funkce

Seznam obrázků

2.1	Graficky znázorněné oblasti aeroelasticity	14
2.2	Deformace křídla kluzáku Concordia	16
3.1	Půdorys křídla.	18
3.2	Souřadnicová soustava	19
4.1	Schéma postupu řešení dvoucestné FSI analýzy s využitím RBF Morph.	21
7.1	Průběhy ohybových a torzních tuhostí.	27
7.2	Schéma průběhu polohy těžištní a elastické osy	28
7.3	Náhradní nosníkový model křídla.	28
7.4	Prvních šest vlastních tvarů křídla.	30
8.1	Zjednodušená letová obálka.	32
9.1	Celkový pohled na použitou CFD síť.	34
10.1	Importované body MKP modelu.	37
10.2	První vlastní tvar povrchu křídla CFD sítě.	38
10.3	Úsek výpočtu deformace CFD sítě pomocí RBF.	38
10.4	Průběh ohybové deformace vlivem zatížení setrvačnými silami.	40
10.5	Průběh krutové deformace vlivem zatížení setrvačnými silami.	40
10.6	Průběh ohybové deformace křídla v režimu letu A.	42
10.7	Průběh krutové deformace křídla v režimu letu A.	43
10.8	Deformované křídlo v režimu A.	43
10.9	Průběh ohybové deformace křídla v režimu letu D.	43
10.10	Průběh krutové deformace křídla v režimu letu D.	44
10.11	Deformované křídlo v režimu D.	44
10.12	Průběh ohybové deformace křídla v režimu letu D0.	45
10.13	Průběh krutové deformace křídla v režimu letu D0.	45
10.14	Deformované křídlo v režimu D0.	45
10.15	Srovnání deformací křídla v jednotlivých režimech.	46
11.1	Vzájemné polohy souřadnicových soustav u tuhého křídla.	47
11.2	Vzájemné polohy souřadnicových soustav u deformovaného křídla.	48
11.3	Rozklad aerodynamických sil působící na prohnuté křídlo.	49
12.1	Průběh součinitele vztlaku při režimu A.	51
12.2	Průběh posouvající síly při režimu A.	52
12.3	Průběh ohybového momentu při režimu A.	52
12.4	Průběh kroutícího momentu při režimu A.	52
12.5	Průběh součinitele vztlaku při režimu D.	53
12.6	Průběh posouvající síly při režimu D.	53
12.7	Průběh ohybového momentu při režimu D.	54
12.8	Průběh kroutícího momentu při režimu D.	54
12.9	Průběh součinitele vztlaku při režimu D0.	55
12.10	Průběh posouvající síly při režimu D0.	55
12.11	Průběh ohybového momentu při režimu D0.	55
12.12	Průběh kroutícího momentu při režimu D0.	56
13.1	Srovnání průběhu určených ohybových defromací.	59
13.2	Srovnání průběhu určených průběhu zkroucení křídla.	60

Seznam tabulek

3.1	Geometrické charakteristiky křídla.	18
5.1	Používané báze funkce.	22
7.1	Velikosti ohybové tuhosti v normálním směru a torzní tuhosti.	27
7.2	Vypočítaná vlastní čísla a frekvence.	29
7.3	Srovnání vlastní frekvence vybraných kluzáků	29
8.1	Provozní násobky zatížení.	31
8.2	Aerodynamické parametry křídla.	32
8.3	Návrhové rychlosti letové obálky.	32
9.1	Parametry vzduchu v nulové výšce MSA.	35
9.2	Součinitele vztlaku křídla a Machova čísla.	35
9.3	Nastavení analýzy v programu Fluent	36
9.4	Aerodynamické charakteristiky tuhého křídla.	36
10.1	Vypočítané modální síly pro násobky zatížení n_1 a n_2	39
10.2	Srovnání deformací pro různé metody výpočtu.	41
10.3	Aerodynamické charakteristiky poddajného křídla.	42
12.1	Srovnání změn momentů vlivem poddajnosti křídla.	56